I. Megoldás. 1°. Minden páros szám négyzete osztható 4-gyel; minden páratlan szám négyzete páratlan s így $4n+2$ nem lehet egy egész szám négyzete.

2°. $3n+2$ nem osztható 3-mal, miért is egy 3-mal osztható szám négyzete nem lehet $3n+2$ alakú. Egy 3-mal nem osztható szám $3p\pm 1$ alakú; ennek négyzete:

$$(3p\pm 1)^2 = 9p^2 \pm 6p + 1 = 3q + 1.$$

Tehát egész szám négyzete nem lehet $3n+2$ alakú.

3°. Ha mindkét szám páratlan, úgy $A\pm 1$ és $B\pm 1$ páros; de

$$(A^2-1)+(B^2-1) = (A+1)(A-1)+(B+1)(B-1)$$

s így a jobb oldal osztható $2\times 2=4$-gyel, tehát $4n$ alakú; ennélfogva:

$$A^2+B^2 = 4n+2$$

alakú s így A^2+B^2 nem lehet egy egész szám négyzete.

4°. Ha egyik szám sem osztható 3-mal, úgy $A+1$ vagy $A-1$ és $B+1$ vagy $B-1$ számok közül az egyik osztható 3-mal. Tehát $(A^2-1)+(B^2-1) = (A+1)(A-1)+(B+1)(B-1)$ kifejezés $3n$-alakú; miből következik, hogy A^2+B^2 kifejezés $3n+2$ alakú s így nem négyzete egy egész számnak.

5°. A és B számok közül tehát az egyiknek párosnak kell lennie, s így AB osztató 2-vel és 3-mal, úgy 6-tal is osztható.

(Erdős Aurél.)

II. Megoldás. A és B a Pythagoras-féle háromszögek befogói, C e háromszögek átfogója. Így tehát $A=m^2-n^2$, $B=2mn$, $C=m^2+n^2$, hol m és n tetszés szerinti egész számok és $m>n$. Az $AB=2mn(m^2-n^2)$ szorzat így is írható:

$$AB = 2mn[(m+1)(m-1)-(n+1)(n-1)].$$

1°. *Ha m vagy n osztható 3-mal,* akkor $2mn$ osztható 6-tal. Ha m vagy n páros szám, akkor $2mn$ és így AB is osztható 12-vel. Ha sem m, sem n nem páros, akkor a zárójelben álló külömbség, mint páratlan számok külömbsége, osztható 2-vel s így az egész AB szorzat 12-vel.

2°. Ha sem m, sem n nem osztható 3-mal, akkor $(m+1)(m-1)$ és $(n+1)(n-1)$ szorzatok oszthatók 3-mal és így a zárójelben álló kifejezés is osztható 3-mal. Ha m vagy n páros, akkor AB osztható $2\times 2\times 3=12$-vel; ha m és n páratlanok, akkor m^2-n^2 páros szám és így AB szintén osztható 12-vel.

Látjuk tehát, hogy AB szorzat az adott feltételek mellet mindig osztható 12-vel.

(Kornis Ödön.)

A feladatot még megoldották: Dénes A., Devecis M., Goldziher K., Guttmann M., Lukhaub Gy., Manheim E., Perl Gy., Roth M., Spitzer Ö., Szabó I.