

(2)-ből:

$$\begin{aligned}y &= \frac{k + \frac{1}{k}}{2}p \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 p^2 - 4p^2 - 4q\left(k - \frac{1}{k}\right)^2} = \\ &= \frac{k + \frac{1}{k}}{2}p \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(k^2 + \frac{1}{k^2}\right)(p^2 - 4q) - 2(p^2 - 4q)} =\end{aligned}$$

$$(4) \quad = \frac{k + \frac{1}{k}}{2}p \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(k - \frac{1}{k}\right)^2 (p^2 - 4q)}$$

A gyökjel alatt álló kifejezés előjele $p^2 - 4q$ előjelétől függ; ha tehát az első egyenlet gyökei valósak, úgy a második egyenlet gyökei is valósak.

(4) még így is írható:

$$(5) \quad y = \frac{k + \frac{1}{k}}{2}p \pm \frac{k - \frac{1}{k}}{2}\sqrt{p^2 - 4q}$$

s minthogy

$$p = -(x_1 + x_2) \text{ és } q = x_1 x_2$$

azért

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}\left[\left(k + \frac{1}{k}\right)(x_1 + x_2) \pm \left(k - \frac{1}{k}\right)\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2}\right] = \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(k + \frac{1}{k}\right)(x_1 + x_2) \pm \left(k - \frac{1}{k}\right)(x_1 - x_2)\right]\end{aligned}$$

miből

$$(6) \quad y_1 = kx_1 + \frac{1}{k}x_2 \text{ és } y_2 = kx_2 + \frac{1}{k}x_1.$$

(3)-ból:

$$z = \frac{\left(kx_1 + \frac{1}{k}x_2\right) \pm \left(kx_2 - \frac{1}{k}x_1\right)}{2}$$

miből

$$(7) \quad z_1 = kx_1 \text{ és } z_2 = \frac{1}{k}x_2;$$

hasonlóképp nyerjük, hogy az utolsó egyenlet gyökei:

$$(8) \quad z'_1 = kx_2 \text{ és } z'_2 = \frac{1}{k}x_1;$$

(7)-ből és (8)-ból látjuk, hogy x_1 , x_2 és k valós értékei mellett a (3) alatti egyenletek gyökei is valósak.

(Weisz József, Budapest, ág. h. ev. főgymn.)

A feladatot még megoldották: Barna D., Dénes A., Erdős A., Goldziher K., Groffits G., Kertész L., Kornis Ö., Manheim E., Schwartz E., Szabó K.