A megadott körnek $x_1\ y_1$ pontjában rajzolt érintő egyenlete: $xx_1 + yy_1 = 20$; az ellipsis $x_2\ y_2$ pontjában rajzolt érintő egyenlete: $16xx_2 + 25yy_2 = 400$, mely egyenletek még így is írhatók:

$$y = -\frac{x_1}{y_1}x + \frac{20}{y_1} \quad \text{és} \quad y = -\frac{16x_2}{25y_2}x + \frac{16}{y_2}.$$

Minthogy az érintők a görbék közös érintői, azért ezen egyenletek ugyanazon egyenesnek egyenletei s így:

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{16x_2}{25y_2} \text{ és } \frac{20}{y_1} = \frac{16}{y_2} \tag{1}$$

Minthogy továbbá az (x_1y_1) és (x_2y_2) pontokban érintik az érintők a görbéket, azért e coordináták az érintők egyenletét kielégítik s így:

$$x_1x_2 + y_1y_2 = 20$$

és

$$16x_1x_2 + 25y_1y_2 = 400,$$

mely egyenletekből:

$$x_1x_2 = \frac{100}{9} \text{ és } y_1y_2 = \frac{80}{9}. \tag{2}$$

Az (1) és (2) egyenletekből meghatározhatjuk a 8 érintési pont coordinátáit, melyek a következők:

$$\left(\frac{2}{3}\sqrt{20},\ \frac{10}{3}\right),\ \left(-\frac{2}{3}\sqrt{20},\ \frac{10}{3}\right),\ \left(-\frac{2}{3}\sqrt{20},\ -\frac{10}{3}\right),\ \left(\frac{2}{3}\sqrt{20},\ -\frac{10}{3}\right)$$

és

$$\left(\frac{5}{6}\sqrt{20},\ \frac{8}{3}\right),\ \left(-\frac{5}{6}\sqrt{20},\ \frac{8}{3}\right),\ \left(-\frac{5}{6}\sqrt{20},\ -\frac{8}{3}\right),\ \left(\frac{5}{6}\sqrt{20},\ -\frac{8}{3}\right).$$

Ha az $xx_1 + yy - 1 = 20$ vagy $16xx_2 + 25yy_2 = 400$ egyenletekbe az $(x_1,\ y_1)$, illetőleg $(x_2,\ y_2)$ megfelelő értékeit helyettesítjük, úgy megkapjuk a közös érintők egyenleteit:

$$y = -\frac{2}{5}\sqrt{5}x + 6,\ y = \frac{2}{5}\sqrt{5}x + 6,\ y = \frac{2}{5}\sqrt{5}x - 6,\ y = -\frac{2}{5}\sqrt{5}x - 6.$$

A szögeket, melyekben egymást a görbék metszik, megkapjuk, ha a metszési pontokban rajzolható érintők által bezárt szögeket határozzuk meg.

A kör és ellipsis négy közös pontjának coordinátái:

$$\left(\frac{10}{3},\ \frac{4}{3}\sqrt{5}\right),\ \left(-\frac{10}{3},\ \frac{4}{3}\sqrt{5}\right),\ \left(-\frac{10}{3},\ -\frac{4}{3}\sqrt{5}\right),\ \left(\frac{10}{3},\ -\frac{4}{3}\sqrt{5}\right).$$

Az első pontban a körhöz, illetőleg az ellipsishez húzható érintők egyenletei:

$$y = -\frac{\sqrt{5}}{2}x + 3\sqrt{5},\ y = -\frac{8}{25}\sqrt{5}x + \frac{12}{5}\sqrt{5}.$$

Az ezen egyenesek által bezárt szög:

$$\mu = 167^\circ 23' 44''.$$

(Bella István.)

A feladatot még megoldották: Devecis M., Goldziher K., Halász P., Juvancz I., Kármán T., Szabó I.