

Legyenek a pontok, melyekben a kör az ABC háromszög oldalait érinti, A_1, B_1, C_1 . Az $A_1B_1C_1, B_1C_1A_1$ és $C_1A_1B_1$ háromszögek egyenlőszárúak, tehát pl. $\angle AB_1C_1 = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$; de $\angle AB_1C_1$ és $\angle B_1A_1C_1$ ugyanazon körívhez tartozó kerületi szögek, tehát $\angle B_1A_1C_1 = \alpha_1 = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$. Hasonlóképp $\beta_1 = 90^\circ - \frac{\beta}{2}$ és $\gamma_1 = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$.

Az $A_1B_1C_1$ háromszög talpponti háromszögének szögei tehát (K.M.L.IV.45. l.) $180^\circ - 2\alpha_1 = \alpha$, $180^\circ - 2\beta_1 = \beta$, $180^\circ - 2\gamma_1 = \gamma$. E talpponti háromszög tehát az ABC háromszöghöz hasonló.

Jelöljük az ABC háromszög kerületét K -val, a talpponti háromszögek kerületei pedig k -val és k_1 -gyel. Tudjuk, hogy (K.M.L.V.16. l.)

$$(1) \quad K : k = R : r$$

De mint hogy az eredeti háromszög és az $A_1B_1C_1$ háromszög talpponti háromszögei hasonlóak, azért e háromszögek kerületei arányosak a körülírt körök sugaraival. Az $A_1B_1C_1$ háromszög köré írt kör sugara r , a talpponti háromszög köré írt kör sugara tehát $\frac{r}{2}$ s így

$$(2) \quad K : k_1 = R : \frac{r}{2}$$

A két aránylatot egymással összehasonlítva, látjuk, hogy

$$k_1 = \frac{k}{2}.$$

(Friedmann Bernát, bölcsészethallgató.)

A feladatot még megoldották: Grosz A., Kántor N., Riesz Fr. egyetemi hallgatók; továbbá Erdős A., Fekete J., Goldziher K., Kornis Ö., Szabó I., Szabó K.