Legyenek az $ABC$ háromszög oldalain az érintési pontok $A_1,\ B_1,\ C_1$. Minthogy

$$AB_1 = AC_1,\ BC_1 = BA_1 \text{ és } CA_1 = CB_1,$$

azért

$$s = \frac{a+b+c}{2} = A_1C + BC_1 + C_1A = A_1C + c$$

s így

$$CA_1 = CB_1 = s - c$$

hasonlóképp

$$AB_1 = AC_1 = s - a \ \text{ és } \ BC_1 = BA_1 = s - b.$$

Ennélfogva az $A_1B_1C_1$ háromszög $A_1B_1$ oldala oly egyenlőszárú háromszög alapja, melynek szárai $CA_1 = CB_1 = s - c$ nagyságúak, s melyben a $C$ csúcsnál fekvő szög $\gamma$; így tehát:

$$A_1B_1 = 2(s-c)\sin\frac{\gamma}{2} = s(s-c)\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}.$$

Épp így

$$A_1C_1 = 2(s-b)\sin\frac{\beta}{2} = 2(s-b)\sqrt{\frac{(s-a)(s-c)}{ac}}.$$

$$B_1C_1 = 2(s-a)\sin\frac{\alpha}{2} = 2(s-a)\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}.$$

Ha az $A_1,\ B_1\ C_1$ pontokat a háromszögbe írt kör $O$ középpontjával összekötjük, úgy

$$B_1C_1 \perp AO \ \text{ és } \ OC_1 \perp AB$$

tehát

$$OC_1B_1\sphericalangle = BAO\sphericalangle = \frac{\alpha}{2}$$

továbbá

$$A_1C_1 \perp BO \ \text{ és } \ OC_1 \perp AB$$

tehát

$$OC_1A_1\sphericalangle = ABO\sphericalangle = \frac{\beta}{2}$$

és így

$$A_1C_1B_1\sphericalangle = BAO\sphericalangle + ABO\sphericalangle = \frac{\alpha+\beta}{2},$$

miért is

$$\sin A_1C_1B_1 = \sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \cos\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$$

épp így

$$\sin A_1B_1C_1 = \sin\frac{\alpha+\gamma}{2} = \cos\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{s(s-b)}{ac}}$$

$$\sin B_1A_1C_1 = \sin\frac{\beta+\gamma}{2} = \cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}.$$

Az $A_1B_1C_1$ háromszög területe

$$T = \frac{A_1B_1 \cdot A_1C_1}{2}\sin\frac{\beta+\gamma}{2} =$$

$$= \frac{2(s-a)(s-b)(s-c)}{abc}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

*(Erdős Aurél.)*

*A feladatot még megoldották:* Barna D., Bojedain F., Dénes A., Détshy K., Devecis M., Fekete J., Freibauer E., Goldziher K., Kármán T., Laczkó E., Lukhaub Gy., Orlowszky F., Spitzer Ö., Szabó I., Szabó K., Weisz J.