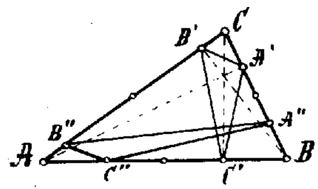
Ismeretes, hogy az $A'B'C'$ talpponti háromszögben (lásd: K. M. L. IV. 45. lap.)

$$A'B' = c' = c\cos\gamma$$

vagy

(1)
$$c'^2 = c^2\cos^2\gamma$$



$A''B''C$ háromszögből:

$$\overline{A''B''}^2 = c''^2 = \overline{A''C'}^2 + \overline{B''C}^2 - 2\overline{A''C}\cdot B''C\cos\gamma.$$

De minthogy

$$A''C = A'B = c\cos\beta$$

és

$$B''C = B'A = c\cos\alpha,$$

azért

(2)
$$c''^2 = c^2(\cos^2\beta + \cos^2\alpha - 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$$

(1) és (2) alapján

$$\frac{5c'^2 - c''^2}{c^2} = 5\cos^2\gamma - cos^2\beta - cos^2\alpha + 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma.$$

Épp így kapjuk, hogy

$$\frac{5b'^2 - b''^2}{b^2} = 5\cos^2\beta - cos^2\alpha - cos^2\gamma + 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma.$$

és

$$\frac{5a'^2 - a''^2}{a^2} = 5\cos^2\alpha - cos^2\gamma - cos^2\beta + 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma.$$

az utóbbi három egyenletet összeadva, nyerjük:

$$\frac{5c'^2 - c''^2}{c^2} + \frac{5b'^2 - b''^2}{b^2} + \frac{5a'^2 - a''^2}{a^2} =$$

$$= 3(\cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma) + 6\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma.$$

De a 371. feladat értelmében

$$\cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma = 1 - 2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$$

s így

$$\frac{5c'^2 - c''^2}{c^2} + \frac{5b'^2 - b''^2}{b^2} + \frac{5a'^2 - a''^2}{a^2} = 3.$$

(Friedmann Bernát.)

A feladatot még megoldotta: Szabó Károly.