Legyen az elmetszett gömbszelet magassága x. A feladat értelmében a gömbszelet térfogata fele a félgömb térfogatának, vagyis

$$\frac{\pi x^2}{3}(3r-x)=\frac{\pi}{3}r^3. \tag{1}$$

Ha az egyenletet rendezzük s tekintetbe vesszük, hogy $r=1$, úgy

$$x^3-3x^2+1=0. \tag{2}$$

Tegyük, hogy $x=y+1$, úgy (2)-ből a következő egyenletet nyerjük:

$$y^3-3y-1=0. \tag{3}$$

Minthogy jelen esetben [1]

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{3}\right)^3=-\frac{3}{4}<0,$$

tehát az egyenlet gyökei valósak és a következő értékűek:

$$y_1=2\cos\frac{\alpha}{3}=2\cos 20^\circ$$

$$y_2=2\cos 140^\circ=-2\cos 40^\circ$$

$$y_3=2\cos 260^\circ=-2\cos 80^\circ.$$

Ámde szükséges, hogy $1<x<1$ legyen s ezért a feladatnak csak az $y_3=2\cos 80^\circ=-0,3473$ érték felel meg, a mikor:

$$x=y+1=0,6527.$$

Az elmetszett gömbszelet magassága tehát $0,6527$, a gömbkorongé $0,3473$.

(Friedmann Bernát.)

A feladatot még megoldották: Devecis Mihály és Szabó István.

---

[1] A harmadfokú egyenletek elméletéből ismeretes, hogy ha

$$x^3+ax+b=0$$

és

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3\leqq 0,$$

úgy az egyenlet gyökei:

$$x_1=2\sqrt{-\frac{a}{3}}\cos\alpha,\ x_2=2\sqrt{-\frac{a}{3}}\cos\left(\frac{\alpha}{3}+120^\circ\right),$$

$$x_3=2\sqrt{-\frac{a}{3}}\cos\left(\frac{\alpha}{3}+240^\circ\right),$$

hol

$$\cos\alpha=\frac{-\frac{b}{2}}{\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)^3}.$$