I. Megoldás. Legyen P oly pont, mely a feladat követelményeinek megfelel. Minthogy a PB egyenes az APC szöget felezi, mondhatjuk, hogy:

$$AP : CP = AB : BC.$$

A feladatot tehát még így is fogalmazhatjuk: Keressük azon háromszögek csúcsainak mértani helyét, melyeknek közös alapja AC, másik két oldaluk állandó aránya pedig $AB : BC$.

Legyen A a coordinata-rendszer kezdőpontja, továbbá: $AB = p,\ BC = q;\ P$ pont coordinátái: $AD = x,\ PD = y$.

Az ADP derékszögű háromszögből:

$$\overline{AP}^2 = x^2 + y^2 \tag{1}$$

CDP háromszögből:

$$\overline{CP}^2 = (p+q-x)^2 + y^2 \tag{2}$$

Osszuk (1)-et (2)-vel és vegyük figyelembe, hogy $\dfrac{AP}{CP} = \dfrac{p}{q}$, úgy:

$$\frac{p^2}{q^2} = \frac{x^2+y^2}{(p+q-x)^2+y^2} \tag{3}$$

mely egyenletből ered, hogy

$$x^2 - \frac{2p^2x}{p-q} + y^2 = -\frac{p^2(p+q)}{p+q}$$

$$\left(x - \frac{p^2}{p-q}\right)^2 + (y-0)^2 = \left(\frac{pq}{p-q}\right)^2.$$

Ez egyenlet mutatja, hogy *a keresett mértani hely kör,* melynek középpontja az AC egyenesen fekszik, sugara pedig $+\dfrac{pq}{p-q}$. Keressük még meg a kör és AC egyenes metszéspontjainak abscissáit. Ha $y = 0$, úgy $x_1 = \dfrac{p(p+q)}{p-q}$ és $x_2 = p$; látjuk, hogy a kör mindig keresztül megy a B ponton.

Ha $p = q$, úgy $\dfrac{p^2}{p-q} = \infty$, azaz a mértani hely egyenes és pedig az AC egyenes középpontjában emelt merőleges.

(Friedmann Bernát.)

II. Megoldás. Az AB és BC távolságok fölé megrajzoljuk az APC háromszöget, melynél $AP : CP = AB : BC$. Ezen háromszögnek P csúcsában, PB-re merőlegest emelünk, mely az AC egyenest F-ben metszi. A keresett mértani hely az $F,\ P$ és B pontok által meghatározott kör.

Bizonyítás. PB szögfelező, mert AB és BC aránya egyenlő AP és CP arányával. Az oly pontok mértani helye pedig, melyeknek két ponttól (A *és* C) való távolságainak aránya egyenlő, azon kör, mely a $B,\ F$ és P pontokon megy át. E kört *Apollonius-féle körnek* nevezzük. Az $A,\ B,\ C$ és F pontok harmonikus pontok.

(Roth Miksa, főreáliskolai VI. o. t., Pécs.)

A feladatot még megoldották: Beck F., Dénes A., Devecis M., Goldstein Zs., Goldziher K. és Kármán T., Kornis Ö., Misángyi V., Prakatur T., Spitzer Ö., Szabó I., Szabó K., Weisz Á.