

I. Megoldás.

$$\begin{aligned} & n^6 - 3n^5 + 4n^4 - 3n^3 + 4n^2 - 3n = \\ & = [n^6 - 3n^5 + 5n^4 + 15n^3 + 4n^2 - 12n] + [9(n^4 - 2n^3 + n)]. \end{aligned}$$

A második zárójelben álló kifejezés osztható 9-czel; tehát csak azt kell kimutatnunk, hogy az első zárójelben álló kifejezés is osztható 9-czel. De $n^6 - 3n^5 + 5n^4 + 15n^3 + 4n^2 - 12n = (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)$ s így e kifejezés a természetes számsor hat egymásra következő tagjának szorzata. E hat tag közül kettő a háromnak többszöröse s így a kifejezés csakugyan osztható 9-czel.

(Friedmann Bernát.)

II. Megoldás. A megadott kifejezés a következő alakra hozható:

$$(n^3 + 2n)^2 - 3(n^5 + n^3 + n)$$

De

$$n^3 + 2n = n(n+1)(n-1) + 3n$$

és

$$n^5 + n^3 + n = n(n+1)(n-1)(n^2+2) + 3n$$

Mindkét kifejezés osztható 3-mal s így az elsőnek négyzete és a másodiknak háromszorosa osztható 9-czel.

(Hofbauer Ervin.)

A feladatot még megoldották: Beck F., Dénes A., Devecis M., Goldstein Zs., Kármán T., Kertész L., Kornis Ö., Manheim E., Riesz F., Spitzer Ö., Szabó K., Thiringer A.