I. Első sorban számítsuk ki S_r értékét, ha $r \leq n-1$. Az A_rB_rC, B_rC_rA és C_rA_rB háromszögekből a cosinus-tétel alapján:

$$c_r^2 = (r+1)^2b^2 + r^2a^2 + 2r(r+1)ab\ \cos\gamma \tag{1}$$

$$a_r^2 = (r+1)^2c^2 + r^2b^2 + 2r(r+1)bc\ \cos\alpha \tag{2}$$

$$b_r^2 = (r+1)^2a^2 + r^2c^2 + 2r(r+1)ac\ \cos\beta \tag{3}$$

E három egyenletet összeadva, kapjuk:

$$S_r = (r+1)^2S + r^2S + r(r+1)(2ab\ \cos\gamma + 2bc\ \cos\alpha + 2ac\ \cos\beta), \tag{4}$$

de

$$2ab\ \cos\gamma = a^2 + b^2 - c^2$$
$$2bc\ \cos\alpha = b^2 + c^2 - a^2$$
$$2ac\ \cos\beta = a^2 + c^2 - b^2$$

s így

$$2ab\ \cos\gamma + 2bc\ \cos\alpha + 2ac\ \cos\beta = a^2 + b^2 + c^2 = S$$

mit (4)-be téve:

$$S_r = S[(r+1)^2 + r^2 + r(r+1)] = S[(r+1)^3 - r^3]. \tag{5}$$

E képletben r helyébe rendre a $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \dots\ n-1$ értékeket téve, kapjuk, hogy.

$$S = S(1^3 - 0^3)$$
$$S_1 = S(2^3 - 1^3)$$
$$S_2 = S(3^3 - 2^3)$$
$$\dots$$
$$\dots$$
$$S_{n-2} = S[(n-1)^3 - (n-2)^3]$$
$$S_{n-1} = S[n^3 - (n-1)^3].$$

Ezen egyenleteket összeadva:

$$S + S_1 + S_2 + \ \dots\ + S_{n-1} = n^3S.$$

II. Az $A_rB_rC_r$ háromszög területe (t_r) egyenlő az ABC, A_rB_rC, B_rC_rA és C_rA_rB háromszögek területeinek összegével. De az A_rB_rC, B_rC_rA és C_rA_rB háromszögek alapjai r-szer, magasságai $(r+1)$-szer akkorák, mint az ABC háromszög megfelelő alapjai, illetve magasságai, miért is:

$$t_r = t + 3r(r+1)t = t[(r+1)^3 - r^3]. \tag{6}$$

Az előbbi eljárást megismételve, csak S helyébe mindenütt t-t írva, kapjuk, hogy:

$$t + t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_{n-1} = n^3t.$$

III. Osszuk el (5)-öt (6)-tal és tegyünk r helyébe rendre $1,\ 2,\ 3\ldots(n-1)$-et, úgy nyerjük, hogy:

$$\frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2} = \frac{S_3}{t_3} = \ldots = \frac{S_{n-1}}{t_{n-1}} = \frac{S}{t} =$$

const.

(Friedmann Bernát.)

A feladatot még megoldották. Grosz A., Mayer M., Suschnik J.,Visnya A. egyetemi hallgatók; továbbá: Bálint B., Devecis M., Freund A., Goldstein Zs., Goldziher K., Grünhut B., Hofbauer E., Kántor N., Kertész L., Klein M., Koffler K., Kornis Ö., Kreizler F., Schiffer H., Spitzer Ö., Szabó K.