I. Megoldás. Ha az adott kifejezés (x^2-1)-gyel osztható, akkor kell hogy az

$$x^4+px^2+qx+a^2=0$$

egyenletet az $x=1$ és $x=-1$ gyökök kielégítsék; vagyis kell, hogy az adott kifejezés az $x=1$ és $x=-1$ értékek mellett megsemmisüljön. Áll tehát, hogy

$$1+p+q+a^2=0 \text{ \textit{és} } 1+p-q+a^2=0,$$

miből $q=0$ és $p=-(a^2+1)$; p-nek és q-nak ezen értékei mellett a megadott kifejezés következőképp alakul:

$$x^4-(a^2+1)x^2+a^2=(x^2-1)(x^2-a^2),$$

mely (x^2-a^2)-tel csakugyan osztható.

(Weisz Lipót.)

II. Megoldás. Az osztást mindkét esetben elvégezve, a következő maradékokat kapjuk:

$$qx+a^2+p+1 \text{ \textit{és} } qx+a^2(a^2+p+1).$$

Hogy az első maradék x-nek bármely értéknél megsemmisüljön, kell hogy legyen:

$$q=0 \text{ \textit{és} } a^2+p+1=0.$$

Látni való, hogy e feltételek mellett a második maradék is nulla lesz.

Fordítva azonban a tétel nem áll, mert a második maradék akkor is megsemmisül, ha $q=$ *és* $a^2=0$, mely esetben az első maradék nem nulla.

Megoldások száma: 19.