

Legyen $MQ = x$, $MP = y$, $CM = r$. A CDM derékszögű háromszögben

$$r^2 = \overline{CD}^2 + \overline{DM}^2.$$

De $CD = x - r$, $DM = y - r$, s így:

$$r^2 = (x - r)^2 + (y - r)^2$$

vagy

$$(1) \quad x^2 + y^2 - 2r(x + y) + r^2 = 0$$

A feladat értelmében

$$(2) \quad x + y = p$$

mit (1)-be téve, nyerjük, hogy

$$(3) \quad x^2 + y^2 + r^2 - 2rp = 0$$

A (2) és (3) alatti egyenletekből nyerjük, hogy:

$$x = \frac{1}{2}[p \pm \sqrt{p^2 - 2(p - r)^2}]$$

$$x = \frac{1}{2}[p \mp \sqrt{p^2 - 2(p - r)^2}].$$

A feladat lehetséges, ha

$$p^2 - 2(p - r)^2 \geq 0$$

vagy

$$(4) \quad [p + (p - r)\sqrt{2}][p - (p - r)\sqrt{2}] \geq 0.$$

E kifejezés > 0 , ha a két tényező egyenlő előjelű; negatív a két tényező nem lehet, mert ha $p > r$, az első tényező pozitív, ha pedig $p < r$, a második tényező pozitív.

Az első tényező ≥ 0 , ha $p \geq r(2 - \sqrt{2})$.

A második tényező ≥ 0 , ha $p \leq r(2 + \sqrt{2})$.

A feladat tehát akkor oldható meg, ha:

$$r(2 - \sqrt{2}) \leq p \leq r(2 + \sqrt{2})$$

(4)-ben a baloldal = 0, ha

$$p = r(2 \pm \sqrt{2})$$

ekkor

$$x = y = \frac{p}{2}.$$

Ezen esetben a feladatnak csak egy megoldása van, a négyzet szabályos; különben pedig két megoldása van a feladatnak.

Szerkesztés. A derékszög két szárára felmérjük az $OC = OD = p$ távolságokat. A CD egyenesnek a körrel való metszéspontja a keresett M pont. Ugyanis mind az MQD , mind az MPC háromszög hasonló a COD egyenlőszárú háromszöghöz s így $MQ = DQ$, továbbá $MP = QO$, miért is $MQ + MP = DQ + QO = DO = p$. A feladatnak két pont felel meg, ha DC a kör metszője, egy pont, ha érintője. E feltételek azonosak az előbbi feladatban foglaltakkal.

(Friedmann Bernát, S.-A.-Ujhely.)

A 296. feladatot megoldották: Bálint B., Devecis M., Fischer O., Kornis Ö., Lichtenberg S., Spitzer Ö., Weisz Á.

Mindkét feladatot megoldották: Fekete J., Freund A., Geist E., Goldstein Zs., Grünhut B., Hofbauer E., Kántor N., Klein M., Preisz K., Riesz F., Roth M., Szabó I., Szabó K