

I. Megoldás. Ismeretes, hogy ABC háromszög magasságai az $A_1B_1C_1$ háromszög belső szögfelezői, metszéspontjuk M tehát az $A_1B_1C_1$ háromszögbe írható kör középpontja; e kör sugara tehát az M pontból A_1C_1 -re bocsátott MM_1 merőleges. $MM_1A_1\Delta \sim AC_1C\Delta$, mert mindkettő derékszögű és $M_1A_1N\angle = C_1CA\angle = 90^\circ - A$, s így:

$$r : MA_1 = AC_1 : b$$

$$r = \frac{MA_1 \cdot AC_1}{b}$$

de AC_1M háromszögből:

$$AC_1 = AM \sin B,$$

tehát

$$r = AM \cdot MA_1 \frac{\sin B}{b},$$

de

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{1}{2R}$$

s így

$$2Rr = MA \cdot MA_1.$$

(Kornis Ödön, főreálisk. VI. o. tan. Pécs.)

II. Megoldás. MAC_1 háromszögből:

$$MA = \frac{AC_1}{\sin \beta} = \frac{b \cos \alpha}{\sin \beta}.$$

Húzzuk meg a C_1A_1 -re merőleges $MN = r$ sugarat, akkor, mivel $AA_1C_1\angle = 90^\circ - \alpha$, az MNA_1 háromszögből:

$$MA_1 = \frac{r}{\cos \alpha}$$

s így

$$MA \cdot MA_1 = \frac{rb}{\sin \beta} = 2rR.$$

(Visnya Aladár.)

A feladatot még megoldották: Bauss O., Dénes A., Fischer O., Friedmann B., Geist E., Goldstein Zs., Grünhut B., Hofbauer E., Kántor N., Klein M., Preisz K., Riesz F., Schiffer H., Schneider B., Szabó I., Thiringer A., Weisz L.