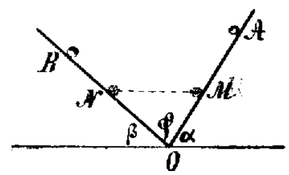

I.) MN egyenes akkor vízszintes, ha

$$NO\sin\beta = MO\sin\alpha.$$

Ha t-vel jelöljük az időt, mely alatt a testek M-be, illetőleg N-be érkeznek, akkor:

$$(b - \tfrac{1}{2}gt^2\sin\beta)\sin\beta = (a - \tfrac{1}{2}gt^2\sin\alpha)\sin\alpha$$

mely egyenletből:

$$t = \sqrt{\frac{2(a\sin\alpha - b\sin\beta)}{g(\sin^2\alpha - \sin^2\beta)}}$$

továbbá

$$OM = \frac{b\sin\alpha - a\sin\beta}{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}\sin\beta \quad \text{és} \quad ON = \frac{b\sin\alpha - a\sin\beta}{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}\sin\alpha.$$

A feladat csak akkor lehetséges, ha t-nek valós értéke van és

$$OM \geqq 0,\ ON \geqq 0.$$

e feltételek akkor teljesednek, ha:

$$\frac{a\sin\alpha - b\sin\beta}{\sin^2\alpha - \sin^2\beta} \geqq 0,\ \frac{b\sin\alpha - a\sin\beta}{\sin^2\alpha - \sin^2\beta} \geqq 0.$$

Tegyük föl először, hogy $\alpha < \beta$; akkor $\sin^2\alpha < \sin^2\beta$.

A nevező negatív, tehát szükséges, hogy a számláló legyen $\leqq 0$;

$$a\sin\alpha - b\sin\beta \leqq 0,\ b\sin\alpha - a\sin\beta \leqq 0,$$

mely egyenlőtlenségekből kapjuk, hogy

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} \geqq \frac{a}{b} \geqq \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Tegyük föl másodszor, hogy $\alpha > \beta$, akkor kell hogy legyen:

$$a\sin\alpha - b\sin\beta \geqq 0,\ \text{és}\ b\sin\alpha - a\sin\beta \geqq 0$$

miből

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \geqq \frac{a}{b} \geqq \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}.$$

Ha $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, akkor $OM = ON = 0$, tehát a két mozgó pont egyidőben érkezik O-ba; ha pedig $\frac{a}{b} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$, akkor $t = 0$, tehát AB egyenes vízszintes. Ha végre $\alpha = \beta$, akkor $a = b$ és $t = \frac{0}{0}$, a mi annyit mond, hogy MN egyenes a mozgás egész tartalma alatt vízszintes.

II.) Minthogy ezen esetben

$$a = \tfrac{1}{2}gt^2\sin\alpha \text{ és } b = \tfrac{1}{2}gt^2\sin\beta$$

kapjuk, hogy

$$\tfrac{1}{2}gt^2 = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

miből

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}}.$$

Ezen egyenletből

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{a-b}{a+b}\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

De $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ tehát

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2} = \operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}$$

s így

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{a-b}{a+b}\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}.$$

Ebből kiszámíthatjuk $\alpha-\beta$-t; $\alpha+\beta$-t ismerjük, tehát meghatározhatjuk α-t és β-t.

A feladatot megoldották: Friedmann Bernát, Goldstein Zsigmond, Goldziher Károly, Grünhut Béla, Hofbauer Ervin, Kántor Nándor, Klein Mór, Riesz Frigyes, Szabó István.