Legyen $BP = x,\ CQ = y,\ BC = c$. A feladat értelmében:

(1) $$\overline{PQ}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{AQ}^2.$$

De

(2) $$\overline{PQ}^2 = c^2 + (x-y)^2 = 3a^2 + x^2 - 2xy + y^2$$

(3) $$\overline{PA}^2 = a^2 + x^2$$

(4) $$\overline{AQ}^2 = a^2 + y^2$$

(2)-t, (3)-at és (4)-et (1)-be téve, kapjuk, hogy

$$a^2 - 2xy = 0$$

miből

(5) $$xy = \frac{a^2}{2}.$$

A második feltétel értelmében a gúla térfogata m^3; a gúla alapja $PQCB$ trapéz, melynek területe:

$$t = \frac{(x+y)c}{2} = \frac{a(x+y)\sqrt{3}}{2},$$

magassága pedig az ABC egyenlő szárú háromszög magassága:

$$h = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

és így a gúla térfogata:

$$m^3 = \frac{(x+y)a^2\sqrt{3}}{12}$$

miből

(6) $$(x+y) = \frac{4m^3\sqrt{3}}{a^2}$$

(5) és (6) szerint x és y a következő egyenletnek gyökei:

$$z^2 - \frac{4m^3\sqrt{3}}{a^2}z + \frac{a^2}{2} = 0.$$

Az egyenletet megoldva, kapjuk:

$$x = \frac{4m^3\sqrt{3} + \sqrt{48m^6 - 2a^6}}{2a^2},\ y = \frac{4m^3\sqrt{3} - z\sqrt{48m^6 - 2a^6}}{2a^2}.$$

A gyökök valósak, ha:

$$48m^6 \geqq 2a^6$$

vagy

$$(4\sqrt{3}m^3 + a^3\sqrt{2})(4\sqrt{3}m^3 - a^3\sqrt{2}) \geqq 0,$$

a mihez szükséges, hogy :

$$m^3 \geqq \frac{a^3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$$

vagy

$$m^3 \geqq \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$$

Ha

$$m^3 = a^3\frac{\sqrt{6}}{12},$$

akkor:

$$x = y = \frac{4m^3\sqrt{3}}{2a^2} = \frac{2\sqrt{3}a^3\sqrt{6}}{12a^2} = \frac{a\sqrt{18}}{6}$$

vagy

$$x = y = \frac{a}{2}\sqrt{2}.$$

(Riesz Frigyes, főgymn. VIII. o.t., Győr.)

A feladatot még megoldották: Friedmann Bernát, Goldstein Zsigmond, Grünhut Béla, Hofbauer Ervin, Kántor Nándor, Klein Mór.