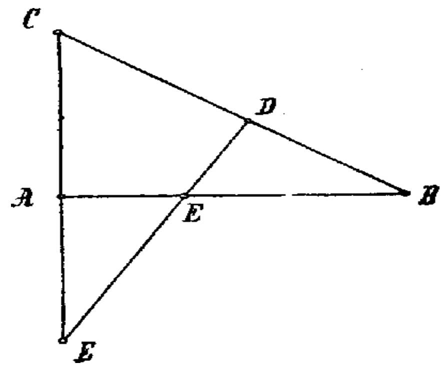
1°.) DEB és DFC derékszögű háromszögek hasonlók, mert F és B szögek egyenlők; tehát

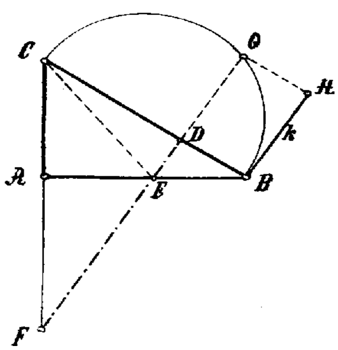
$$DB : DF = DE : DC$$

miből

$$DB \times DC = DE \times DF.$$

2°.) BC fölé félkört írunk, melyhez a $BH = k$ érintőt vonjuk. A H ponton keresztül BC-vel párhuzamosan vont egyenes a félkör G pontban metszi.





Ha G ponton keresztül BH-val párhuzamost rajzolunk, nyerjük a kívánt DEF merőlegest.

Bizonyítás. $DG = BH = k$. Ámde DG mértani középarányos DB és DC között, azaz $DB \times DC = k^2$. De a feladat első pontja szerint $DB \times DC = DE \times DF$, s így $DE \times DF = k^2$. A szerkesztés csak akkor lehetséges, ha $k \leqq \frac{BC}{2}$; az első esetben két, a másodikban egy megoldást kapunk.

3°.) Hogy DEB és AEF háromszögek, -melyek mindig hasonlók- egybevágók legyenek, szükséges, hogy egy-egy megfelelő oldaluk egyenlő legyen; pl. $DE = AE$; de ekkor CAE és CDE háromszögek egybevágók s így $AC = DC$. A keresett D pontot tehát úgy kapjuk meg, ha CA-t C pontból CB-re mérjük.

Ezen esetben DEB háromszög területe:

$$t = \frac{1}{2} DE \times DB,$$

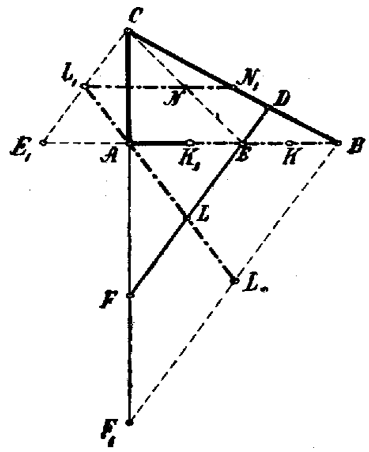
az ABC háromszög területe.

$$F = \frac{1}{2}(BC \times DE + AC \times AE) = \frac{1}{2} DE(BC + AC)$$

Tehát a DEB és ABC háromszögek területeinek aránya:

$$\frac{t}{T} = \frac{BD}{BC + AC} = \frac{BC - CD}{BC + AC} = \frac{BC - AC}{BC + AC}.$$

4°.) A DEB háromszög köré írható kör középpontja a BE átfogó középpontjában, K-ban van. Ha tehát D pont B-től C-ig mozog, úgy K pont B-től K_1-ig mozog; K_1 a BE_1 egyenes középpontja. Tehát a DEB háromszög köré írható körök középpontjainak mértani helye BK_1.



Az AEF háromszög köré írható kör középpontja mindig EF felezőpontjában L-ben van. Ezen felezőpontok az A ponton átmenő L_1L_2 egyenest határozzák meg.

A $DEAC$ húrnégyszög köré írható kör középpontja az EC átló felezőpontja N. Ha D pont B-től C-ig mozog, akkor E pont B-ből E_1-be jut s így CE-nek két határhelyzete CB és CE_1. A négyszög köré rajzolható körök középpontjainak mértani helye az AB-vel párhuzamos L_1N_1 egyenes.

(Friedmann Bernát, főgymn. VIII.o. t., S.A.-Ujhely.)

A feladatot még megoldották: Grünhut Béla, Kántor Nándor, Reif Jenő, Szabó István, Weisz Lipót.