Legyen a kúp alapjának sugara R, a kúp magassága m, azon szög, melyet a kúp oldalvonala az alap sugarával képez α. Ekkor:

$$R=\frac{r}{\tan\frac{1}{2}\alpha},\ m=R\tan\alpha=\frac{r\tan\alpha}{\tan\frac{1}{2}\alpha}$$

A kúp köbtartalma:

$$V=\frac{R^2\pi m}{3}=\frac{r^3\pi}{3}\cdot\frac{\tan\alpha}{\tan^3\frac{\alpha}{2}}$$

vagy

$$V=\frac{r^3\pi}{3}\cdot\frac{2}{\tan^2\frac{\alpha}{2}-\tan^4\frac{\alpha}{2}} \tag{1}$$

Keressük most

$$y=\frac{2}{\tan^2\frac{\alpha}{2}-\tan^4\frac{\alpha}{2}}$$

függvény legkisebb értékét.

$$\tan^4\frac{\alpha}{2}-\tan^2\frac{\alpha}{2}+\frac{2}{y}=0$$

miből

$$\tan^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{2}{y}}$$

y-nak legkisebb értéke, mely mellett $\tan^2\dfrac{\alpha}{2}$ valós, 8. Ezt (1)-be téve, kapjuk:

$$V=\frac{3r^3\pi m}{3} \tag{2}$$

y-nak legkisebb értékénél:

$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{2},\ R=r\sqrt{2},\ m=4r$$

Tehát a legkisebb köbtartalmú kúpot akkor kapjuk, ha a kúp magassága a gömb sugarának négyszerese. Ekkor a kúp köbtartalma kétszerese a gömb köbtartalmának.

(Kántor Nándor, a budapesti ág. h. evang. főgymn. VII. o. t.)

A feladatot még megoldották: Grünhut Béla, Pécs; Hofbauer Ervin Budapest.