

Az ABC háromszögben, mely C -nél derékszögű, legyen: $AB = c$, $AC = b$, $CB = a$. A magasság az átfogót D pontban metszi. Legyen végre az egyik szelet $BD = x$, a másik szelet $DA = y$.

Mint hogy a befogó mértani középárányosa az átfogónak és a befogó mellett fekvő szeletnek, írhatjuk:

$$(1) \quad a^2 = cx, \quad b^2 = cy$$

miből

$$\begin{aligned} a^2 : b^2 &= x : y \\ a^2 + b^2 : a^2 - b^2 &= x + y : x - y \\ c^2 : (a + b)d &= c : e \end{aligned}$$

miből

$$(a + b)d = ce$$

(2)

$$\frac{a + b}{c} = \frac{e}{d}$$

De

$$(3) \quad \frac{a + b}{c} = \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\cos(\alpha - 45^\circ)}{\sin 45^\circ}$$

(2)-ből és (3)-ból tehát kapjuk:

$$(4) \quad \cos(\alpha - 45^\circ) = \frac{e \sin 45^\circ}{d}$$

miből $\alpha - 45^\circ = 32^\circ 19'$ s így $\alpha = 77^\circ 19'$.

Miután a szögeket ismerjük, az oldalakat már könnyen kiszámíthatjuk. Miután

$$a = b \tan \alpha \quad \text{és} \quad a - b = d$$

kapjuk:

$$d = b(\tan \alpha - 1)$$

miből

$$(5) \quad b = \frac{d}{\tan \alpha - 1}$$

De

$$(6) \quad \tan \alpha - 1 = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin(\alpha - 45^\circ)}{\cos \alpha \cos 45^\circ}$$

s így

$$b = \frac{d \cos \alpha \cdot \cos 45^\circ}{\sin(\alpha - 45^\circ)}$$

miből

$$b = 9$$

S miután $a - b = d$, kapjuk:

$$\begin{aligned} a = b + d &= 40 \\ c = \sqrt{a^2 + b^2} &= 41 \end{aligned}$$

Tehát a háromszög oldalai: $a = 40 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$., $c = 41 \text{ cm}$.

(*Visnya Aladár, főreálisk. VIII.o.t., Pécs.*)

A feladatot még megoldották: Hofbauer Ervin és Kántor Nándor, Budapest; Szabó István, Debreczen; Friedmann Bernát, S.A.-Újhely; Grünhut Béla, Pécs.