Első eset.

Tegyük fel, hogy X a BA és Y az AC oldalon a háromszög csúcspontjai közé esik.

Vigyük rá az AC oldalra az $AD = AB$ hosszúságot és rajzoljuk meg BD egyenest. Ennek tetszés szerinti E pontjából ($BE < BD$) húzzunk párhuzamosat DA egyenessel, mely BA-t F pontban messe. Az E-ből mint középpontból rajzoljunk EF sugárral kört, mely BC-t G pontban metszi. G-t kössük össze E-vel. Végre húzzunk C-ből párhuzamosat GE-vel, mely AD-t H pontban metszi. A H-ból DA-val párhuzamosan vont egyenes BA -t X pontban, az X pontból HC-vel párhuzamosan vont egyenes AD-t Y-ban metszi.

A BEG és BHC hasonló háromszögekből következik ugyanis, hogy

$$BE : EH = BG : GC$$

másrészt pedig a BFE és BXH háromszögekből:

$$BE : EH = BF : FX$$

és e két aránylatból a harmadik:

$$BG : GC = BF : FC.$$

E harmadik aránylatnak kifolyása az FG és XC párhuzamossága és ezzel együtt az FEG és XHC háromszögek hasonlósága. Tehát

$$XH : HC = FE : EG = 1$$

vagyis

$$XH = HC$$

Másrészt azonban

$$AX = XH$$

s így

$$AX = HC$$

Minthogy azonban

$$HC = XY$$

és

$$XH = YC$$

azért

$$AX = XY = YC$$

Q.e.d.

(Meitner Elemér, főr. VIII. o. t. Budapest.)

Második eset.

Tegyük fel, hogy az X pont a BC egyenesre és Y pont a CA egyenesre esik.

Választunk az AC egyenesen egy Y' pontot s $Y'C$ sugárral kör írunk le, mely a BC-t X' pontban metszi. X'-t Y-tel összekötvén, X'-től CB-re B felé lemérem az $X'B' = Y'X'$ hosszúságot. A B' pontot végre összekötöm Y'-tel.

Ha most B-ből $B'Y'$-tel párhuzamosat húzok, ez AC-t Y pontban metszi. Az Y-ból $Y'X'$-tel párhuzamosan húzott egyenes BC-t X pontban metszi.

Ugyanis $BX'Y$ és BXY továbbá $CX'Y'$ és CXY háromszögek hasonlóságából következik, hogy:

$$BX : XY = B'X' : X'Y' = 1$$

és

$$XY : YC = X'Y' : Y'C' = 1$$

miből

$$BX = XY = YC.$$

Q.e.d.

(Friedmann Bernát, főgymn. VI. o. t. S.-A.-Ujhely.)