

Nevezük az ellipszis nagytengelyének végpontjait A - és A' -nek és legyen P az ellipszis pontja, melyben hozzá érintőt húzunk. Legyenek az ellipszis gyújtópontjaiból (F_1 és F_2) az érintőre húzott merőlegesek talppontjai G_1 és G_2 , akkor könnyen kimutatható, hogy AG_1G_2A' négyszög az ellipszissel koncentrikus és a fél nagy tengellyel, mint sugárral leírt körbe van írva.

Ugyanis $CG_1 \parallel F_2F_1'$, hol C az ellipszis középpontja és F_1' az F_1G_1 és F_2P egyenesek metszéspontja. De az ellipszis ismert tulajdonságainál fogva $F_2F_1' = 2a$, tehát $CG_1 = a$. Hasonlóképpen kimutatható, hogy $CG_2 = a$.

Legyen AA' és G_1G_2 egyenesek metszéspontja O . Akkor a kör és szelőinek ismert tulajdonságainál fogva

$$OG_1 \cdot OG_2 = OA \cdot OA',$$

vagy ha OC -t d -vel jelölöm:

$$(1) \quad OG_1 \cdot OG_2 = (d - a)(d + a) = d^2 - a^2$$

Másrészt

$$(2) \quad OG_1 : OG_2 = OF_1 : OF_2 = (d - c) : (d + c)$$

Ha most megrajzolva képzelem a kört, mely F_1 és F_2 -n keresztül megy és az OP -t M -ben érinti, e körre vonatkozólag felírhatom, miszerint

$$OM^2 = OF_1 \cdot OF_2 = (d - c)(d + c)$$

Határozzuk már most meg az M pontot koordinátái, CK és KM által.

$$KM^2 = OM^2 - OK^2$$

és OK az OMK és OF_1G_1 háromszögek hasonlósága miatt

$$OK = OM \frac{OG_1}{OF_1}$$

s így

$$OK^2 = OM^2 \frac{OG_1^2}{OF_1^2}$$

tehát

$$KM^2 = OM^2 \left(1 - \frac{OG_1^2}{OF_1^2}\right);$$

de OG_1^2 az 1) és 2) alatti egyenletekből

$$OG_1^2 = (d^2 - a^2) \frac{d - c}{d + c}$$

ennélfogva

$$KM^2 = OM^2 \left(1 - \frac{d^2 - a^2}{d^2 - c^2}\right) = (d^2 - c^2) - (d^2 - a^2) = a^2 - c^2 = b^2$$

miből

$$KM = \pm b$$

Az M pont mértani helye tehát két egyenes, még pedig az ellipszisnek a B és B' csúcspontjain keresztül menő két érintője.

(Meitner Elemér fr. VIII. o. t. Budapest).

A feladatot még megoldotta Sramkó Loránd, fg. VIII. o. t. Rimaszombat.