A húr helyzetét ismerjük, ha ismerjük az M pont koordinátáit. Legyenek ezek x_1 és y_1. A meghatározásukra szolgáló egyenletek

$$b^2x_1^2 + a^2y_1^2 = a^2b^2$$

$$x_1^2 + (b - y_1)^2 = h^2$$

$$h - (b - y_1) = l.$$

ha a húrt a kis tengely egyik végpontjából húzzuk.

Az egyenletek még a következő alakra hozhatók

(1) $$b^2x_1^2 + a^2y_1^2 - a^2b^2 = 0$$

(2) $$x_1^2 + y_1^2 - 2by_1 + b^2 - h^2 = 0$$

(3) $$h - (b - y_1) = l$$

Az elsőből

$$x_1^2 = \frac{a^2b^2 - a^2y_1^2}{b^2}$$

melyet a másodikba helyettesítve, az a következő alakot nyeri

(4) $$(a^2 - b^2)y_1^2 + 2b^3y_1 - b^2(a^2 + b^2 - h^2) = 0$$

de a harmadik egyenletből

$$h^2 = l^2 + 2lb + b^2 - 2(l + b)y_1 + y_1^2$$

mely értéknek a 4)-be való helyettesítése után ez a következő lesz:

(5) $$a^2y_1^2 - 2b^2ly_1 - b^2(a^2 - 2bl - l^2) = 0$$

Hogy a feladat lehetőségét megállapítsuk, meg kell jegyeznünk, hogy y_1 értékeinek valósaknak és a $+b$ és $-b$ közé esőknek kell lenniök.

A valóság feltétele:

$$4b^2[(b^2 - a^2)l^2 - 2a^2bl + a^4] \geqq 0$$

miből

(6) $$1 \leqq \frac{a^2}{a + b}$$

Minthogy b és $(-b)$-nek helyettesítése az 5) alatti egyenlet baloldalába eredményül a positív

$$b^2l^2 \quad \text{és} \quad 4b^3l + b^2l^2$$

értékeket szolgáltatja, az egyenlet gyökei akkor foglaltatnak $+b$ és $(-b)$ között, ha félösszegük ugyanezen intervallumba esik,

vagyis ha

$$-b < \frac{b^2l}{a} < b$$

azaz, ha

$$-\frac{a^2}{b} < l < \frac{a^2}{b}$$

De a 6) alatti egyenlőtlenség esetére ez utóbbi is ki van elégítve, vagyis a 6) fejezi ki a feladat lehetőségének szükséges és elegendő feltételét.

Meitner Elemér, főr. VIII. o. t. Budapest.