

Az $A'B'C'$ háromszög oldalainak egyenlősége abból következik, hogy az $AB'C'$, $BC'A'$, $CA'B'$ háromszögek egybevágók, mert két-két oldaluk rendre egyenlő egymással és az általuk bezárt szögek közös értéke 60° .

A feladat második részére vonatkozólag látjuk az $AB'C'$ háromszögből, hogy

$$l^2 = x^2 + (a - x)^2 - 2x(a - x)\frac{1}{2}$$

vagy redukálva

$$(1) \quad x^2 - 3ax + a^2 - l^2 = 0.$$

Hogy ezen egyenlet gyökei valósak legyenek, kell, hogy

$$9a^2 - 12(a^2 - l^2) \geq 0$$

vagy egyszerűsítve

$$1 \geq \frac{a}{2}$$

Az l -nek minimuma tehát $\frac{a}{2}$. A l ezen értékénél az 1) gyökei egyenlők s *egy* háromszög felel meg a feladat követelményeinek, t. i. az, melynek csúcspontjait az eredeti háromszög oldalainak felezőpontjai alkotják.

Ha $l < a$, akkor $\frac{a^2 - l^2}{3} > 0$. Az 1) alatti egyenlet gyökei egyenlő-előjelűek s minthogy félösszegük $\frac{a}{2}$ pozitív, mindkettő pozitív. Ez esetben két háromszög elégíti ki a feladat követelményeit, melyeknek csúcspontjai páronként szimmetrikus fekvésűek az ABC háromszög oldalainak felező pontjaira nézve.

Ha $l = a$, akkor $x_1 = 0$, $x_2 = a$; mindkét érték magát az ABC háromszöget szolgáltatja.

Ha $l > a$, akkor $\frac{a^2 - l^2}{3} < 0$, azaz a gyökök ellentett előjelűek s a feladatnak *látszólag* csak egy megoldása van. De ha α negatív értékének megfelelőleg az AB , BC , CA oldalakra, illetőleg azok meghosszabbításaira, az A , B , C pontokból a BA , CB , AC irányokban mérünk le egyenlő hosszakat, az $l > a$ esetére is két megoldást találunk, s a megfelelő háromszögek csúcsai most is páronként szimmetrikus helyzetűek az oldalak felező pontjaira nézve.

A feladatot megoldották: Böhm Ottó, fg. VII. Budapest; Donath Dezső, fg. VII. Budapest; Fuchs Gyula, fr. VI. Pécs; Goldberger Leó, fr. VI. Pécs; Grossmann Gusztáv, fg. VIII. Budapest; Grünhut Béla, fr. VI. Pécs; Kirchknopf Ferencz, fg. VII. Budapest; ifj. Imre János, fg. VIII. Nyíregyháza; Krausz Mihály, fr. VII. Budapest; Meitner Elemér, fg. VIII. Budapest; Pósch Gyula, fg. VII. Budapest; Reif Jenő, fr. VI. Pécs; S.A-Újhelyi főgymn. VII. o. tanulói; Suták Sándor, fg. VIII. Nyíregyháza; Visnya Aladár, fr. VII. Pécs; Weisz Lipót, fr. VI. Pécs.