Ha

$$X = ax + by + cz \tag{1}$$

$$Y = cx + ay + bz \tag{2}$$

$$Z = bx + cy + az \tag{3}$$

akkor

$$X^3 + Y^3 + Z^3 - 3XYZ = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz) \tag{4}$$

Ha az 1), 2) és 3) egyenletek jobboldalait köbre emeljük és a nyert kifejezéseket összeadjuk, a következő eredményt kapjuk:

$$X^3 + Y^3 + Z^3 = (a^3 + c^3 + b^3)x^3 + 3[a^2(by + cz) + c^2(ay + bz) + b^2(cy + az)]x^2 +$$
$$3[a(by + cz)^2 + c(ay + bz)^2 + b(cy + az)^2]x +$$
$$+(by + cz)^3 + (ay + bz)^3 + (cy + az)^3.$$

Viszont

$$3XYZ = 3abcx^3 + 3[(cb(by + cz) + ba(ay + bz) + ac(cy + az)]x^2 +$$
$$+3[a(ay + bz)(cy + az) + c(cy + az)(by + cz) + b(by + cz)(ay + bz)]x +$$
$$+3(by + cz)(ay + bz)(cy + az)$$

Tehát

$$X^3 + Y^3 + Z^3 - 3XYZ = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)x^3 +$$
$$+3[(a^2 - cb)(by + cz) + (c^2 - ab)(ay + bz) + (b^2 - ac)(cy + az)]x^2 +$$
$$+3[a\{(by + cz)^2 - (ay + bz)(cy + az)\} + c\{(ay + bz)^2 - (cy + az)$$
$$(by + cz)\} + b\{(cy + az)^2 - (by + cz)(ay + bz)\}]x + (by + cz)^3 +$$
$$+(ay + bz)^3 + (cy + az)^3 - 3(by + cz)(ay + bz)(cy + az).$$

De

$$(a^2 - cb)(by + cz) + (c^2 - ab)(ay + bz) + (b^2 - ac)(cy + az) = 0$$

továbbá

$$3[a\{(by + cz)^2 - (ay + bz)(cy + az)\} + c\{(ay + bz)^2 - (cy + az)(by + cz)\} +$$
$$+b\{(cy + az)^2 - (by + cz)(ay + bz)\}] = -3(a^3 + c^3 + b^3 - 3acb)yz$$

és végre

$$(by + cz)^3 + (ay + bz)^3 + (cy + az)^3 - 3(by + cz)(ay + bz)(cy + az) =$$
$$(b^3 + a^3 + c^3 - 3bac)y^3 + (c^3 + b^3 + a^3 - 3cab)z^3$$

Tehát

$$X^3 + Y^3 + Z^3 - 3XYZ = (a^3 + b^3 + c^3 - 3abc)(x^3 + y3 + z^3 - 3xyz)$$

Q.e.d.

A feladatot megfejtették: Fuchs Gyula, fr. VI. Pécs; Goldberger Leó, fr. VI. Pécs; Grosmann Gusztáv fg. VIII. Budapest; Grünhut Béla fr. VI. Pécs; Imre János, fg. VIII. Nyíregyháza; Suták Sándor, fg. VIII. Nyíregyháza; Visnya Aladár, fr. VII. Pécs; Weisz Lipót, fr. VI. Pécs; Baruch Jenő, fg. VIII. Nyíregyháza; Jorga Gergely, Gilád.