Vizsgáljuk meg a két súlyos test helyzetét a $t > \tau$ időpontban. Az elsőnek távolsága a kiindulásponttól

$$at - \tfrac{1}{2}gt^2,$$

a másodiké

$$b(t-\tau) - \tfrac{1}{2}g(t-\tau)^2.$$

Hogy e két távolság egymással egyenlő legyen, kell, hogy:

$$at - \tfrac{1}{2}gt^2 = bt - b\tau - \tfrac{1}{2}gt^2 + gt\tau - \tfrac{1}{2}g\tau^2$$

azaz

$$t = \frac{-b\tau - \frac{1}{2}g\tau^2}{(a-g\tau)-b}. \tag{1}$$

Hogy ez pozitív és véges érték legyen, azaz, hogy a testek *egyáltalában* találkozhassanak, kell, hogy

$$b > a - g\tau \tag{2}$$

vagyis hogy a kezdő b sebesség okvetlenül nagyobb legyen az első test azon sebességénél, mellyel ez a τ időpontban rendelkezik. Tényleg, ha $b < a - gt$, a második test már előbb kezd esni, mielőbb az első tetőpontját elérte volna, s így semmi esetre sem találkozhatnak. Ha $b = a - g\tau$ az 1) értelmében t végtelen nagy. Valóban ekkor a $t = \tau$ időponttól kezdve a két test állandó távolságra van egymástól.

Ha $b > a - g\tau$ a második, harmadik vagy negyedik eset a szerint következik be, miszerint

$$\frac{b\tau + \frac{1}{2}g\tau^2}{b-(a-g\tau)} \lesseqgtr \frac{a}{g}$$

vagy

$$b\left(\frac{a}{g} - \tau\right) \gtreqless a\left(\frac{a}{g} - \tau\right) + \tfrac{1}{2}g\tau^2. \tag{2}$$

Ha $\tau < \dfrac{a}{g}$, akkor

$$b \gtreqless a + \frac{\frac{1}{2}g\tau^2}{\frac{a}{g} - \tau};$$

ha azonban $\tau \geq \dfrac{a}{g}$, a 2)-ből b értékére semmi következtetést nem vonhatunk, mert az $\tau = \dfrac{a}{g}$ esetben a b szorzója zérus; a $\tau > \dfrac{a}{g}$ esetben a 2) a következő alakot nyeri

$$b\left(\tau - \frac{a}{g}\right) \lesseqgtr a\left(\tau - \frac{a}{g}\right) - \tfrac{1}{2}g\tau^2 = -\frac{1}{2g}\left[(g\tau - a)^2 + a^2)\right]$$

melyből

$$b \lesseqgtr -\frac{(g\tau-a)^2 + a^2}{2(g\tau - a)}$$

azaz b kisebb, egyenlő vagy nagyobb egy negatív mennyiségnél.

Ekkor a találkozás helyét a következőképpen határozzuk meg.

1^0. $\tau = \dfrac{a}{g}$. A második test akkor kezd emelkedni, midőn az első esni kezd. Ezen időponttól számított t idő múlva a két test helyzete

$$bt - \frac{gt^2}{2} = \frac{a^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}$$

miből

$$t = \frac{a^2}{2bg}.$$

Itt azon kérdés merülhet fel, mekkorának kell a b-t választani, hogy a *leeső* első test a második testet emelkedő, nyugvó vagy eső helyzetben találja. Ez a szerint következik be, miszerint

$$\frac{a^2}{2bg} \lesseqgtr \frac{b}{g}$$

vagyis a szerint, amint

$$b \gtreqless \frac{a}{\sqrt{2}}$$

2^0. $\tau = \dfrac{a}{g} + \tau'$. A két test helyzete t idő múlva a következő egyenletből határozható meg:

$$bt-\frac{gt^2}{2}=\frac{a^2}{2g}-\frac{g}{2}(\tau'+t)^2=\frac{a^2}{2g}-\frac{g}{2}\tau'^2-g\tau' t-\frac{g}{2}t^2$$

$$t(b+g\tau')=\frac{a^2}{2g}-\frac{g\tau'^2}{2}$$

$$t=\frac{a^2-g^2\tau'^2}{2g(b+g\tau')}$$

Ismét három eset lehetséges, t. i.

$$\frac{a^2-g^2\tau'^2}{2g(b+g\tau')}\lesseqgtr\frac{b}{g}$$

$$a^2-g^2\tau'^2\lesseqgtr 2b(b+g\tau')$$

$$2b^2+2g\tau' b-a^2+g^2\tau'^2\gtreqless 0$$

miből

$$b\gtreqless-\tfrac{1}{2}g\tau'+\tfrac{1}{2}\sqrt{2a^2-g^2\tau'^2}$$

Grossmann Gusztáv, főgymn. VIII. o. t. Budapest