$$\sqrt{x}+\sqrt{y}=z, \tag{1}$$

$$2x+2y+p=0, \tag{2}$$

$$z^4+pz^2+q=0. \tag{3}$$

Ha az első egyenlet mindkét oldalát négyzetre emeljük, nyerjük a következőt:

$$x+2\sqrt{xy}+y=z^2 \tag{4}$$

Ha továbbá ennek mindkét oldalát 2-vel szorozzuk és belőlük a (2) jobb illetőleg bal oldalát levonjuk, a következő egyenletre jutunk:

$$4\sqrt{xy}=2z^2+p \tag{5}$$

vagy négyzetre emelve mindkét oldalon:

$$xy=\left(\frac{2z^2+p}{4}\right)^2 \tag{6}$$

míg a (2)-ből:

$$x+y=-\frac{p}{2} \tag{7}$$

A (6) és (7) alatti egyenletekből következik, hogy x és y a következő másodfokú egyenlet gyökei:

$$u^2+\frac{p}{2}u+\left(\frac{2z^2+p}{4}\right)^2=0 \tag{8}$$

Ennek gyökei u' és u'' vagyis x és y a következők:

$$-\frac{p}{4}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{p^2}{4}-4\left(\frac{2z^2+p}{4}\right)^2}$$

vagy

$$-\frac{p}{4}+\frac{1}{2}\sqrt{-2^4-z^2p}$$

De ezen kifejezés a (3) tekintetbe vételével a következő alakot ölti:

$$-\frac{p}{4}+\frac{1}{2}\sqrt{q}$$

és ez x és y-nak közös alakja, vagyis

$$x=-\frac{p}{4}+\frac{1}{2}\sqrt{q} \tag{9}$$

$$y=-\frac{p}{4}-\frac{1}{2}\sqrt{q} \tag{10}$$

míg z értéke a (3)-ból;

$$z=\sqrt{-\frac{p}{2}+\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}} \tag{11}$$

Hogy x, y, és z egyidejűleg mind valósak legyenek, kell, hogy:

$$q\geq 0$$

$$p^2-4q\geq 0$$

$$-p+\sqrt{p^2-4q}\geq 0$$

De minthogy $\sqrt{p^2-4q}\leq p$ a legutolsó egyenlőtlenség csak úgy áll fönn, ha $p<0$ és a szükséges és elegendő föltételek a legegyszerűbb alakban:

$$p\leq 0,\quad q\geq 0 \text{ és } p^2-4q\geq 0.$$

(Suták Sándor, főgymn. VIII. oszt. tanuló, Nyíregyháza).