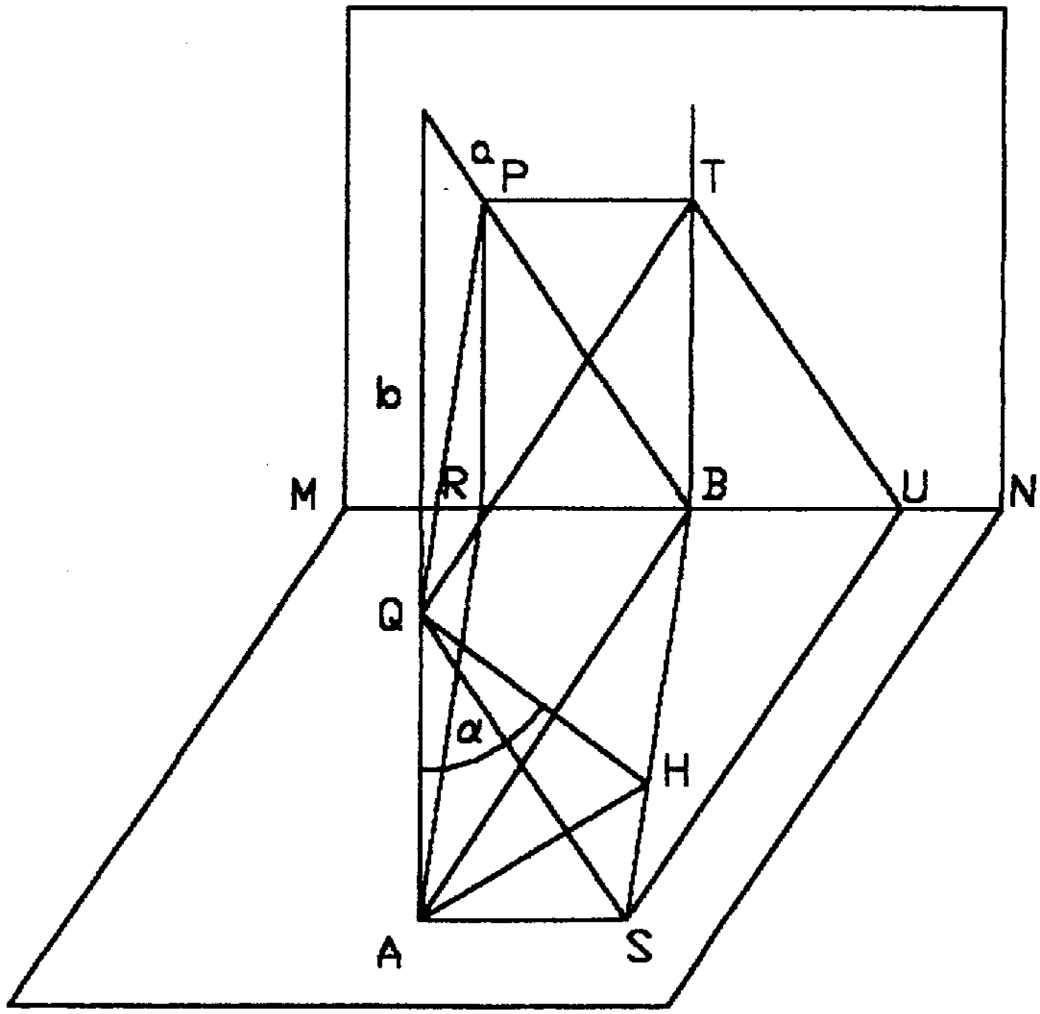
Legyen az a és b egyenesek egymástóli távola AB. Tegyünk az a egyenesen keresztül a b-vel párhuzamos síkot és az A ponton keresztül a b-re merőleges síkot. A két sík metszésvonala jeleltessék MN-nel. (5. ábra.)



5. ábra

Válasszunk a a egyenesen tetszőleges P pontot és húzzuk belőle a b-re merőleges $PQ = p$-t. Húzzunk a Q-ból párhuzamosat a-val, s jeleljük döféspontját a b-re merőleges síkkal S-sel. Végre húzzuk az AR és PR egyeneseket, melyek mindketten az MN-re merőlegesek.

Ekkor a $QASPRB$ *ferde*háromoldalú hasábot nyerjük. Hogy ennek térfogatát meghatározhassuk, fektessünk a QA egyenesen keresztül a BS-re merőleges síkot, mely a hasábot QAH háromszögben metszi. A háromszög AQH szöge az (ap) sík és b egyenes hajlásszöge α. A hasáb térfogata

$$V = \frac{1}{2} AQ \cdot AH \cdot p$$

De

$$AH = AQ \tan \alpha$$

s így

$$V = \frac{1}{2} AQ^2 \cdot p \cdot \tan \alpha \qquad 1)$$

Húzzuk másrészt a Q és S pontokból az AB-vel párhuzamos QT és SU egyeneseket. Keletkezik az $AQSBTU$ *egyenes* háromoldalú hasáb, melynek térfogata egyenlő az előbb leírt *ferde* hasáb térfogatával; vagyis

$$V = \frac{1}{2} AQ^2 \cdot p \cdot \tan \alpha = \frac{1}{2} AQ \cdot AS \cdot AB$$

De

$$AS = AQ \cdot tg\varphi$$

hol a φ az a és b egyenesek által képezett szög és AB a két egyenes távola d.

Tehát

$$\tfrac{1}{2}AQ^2 \cdot p \cdot \tan\alpha = \tfrac{1}{2}AQ^2 \cdot d \cdot \tan\varphi \qquad 2)$$

vagyis

$$p \cdot \tan\alpha = d \cdot \tan\varphi = \text{állandó.}$$

Ami bebizonyítandó volt.