I.

Legyen az adott háromszög ABC, melyben a derékszög C pontnál van. Az átfogó kérdéses pontjából az a és b befogókra bocsátott merőlegesek hosszai legyenek x és y. Akkor a keletkezett parallellogramm területe

$$S = xy$$

de $$a : y = b : (b - x)$$

és ebből

$$y = \frac{a}{b}(b - x)$$

$$S = \frac{a}{b}(b - x)x \qquad 1)$$

De ez a következő alakra hozható

$$S = -\frac{a}{b}x^2 + ax$$

$$S = \frac{-a^2x^2 + a^2bx}{ab}$$

$$S = \frac{-a^2x^2 + a^2bx - \frac{a^2b^2}{4} + \frac{a^2b^2}{4}}{ab}$$

$$S = \frac{-(ax - \frac{ab}{2})^2}{ab} + \frac{ab}{4}$$

E kifejezésben a változó rész minden körülmény között negatív, tehát az állandó érétékét x minden értékénél kisebbíti. Csak ha 0-val egyenlő, lesz a függvénynek, S-nek értéke legnagyobb

$$S_{max} = \frac{ab}{4}$$

Ekkor azonban

$$x = \frac{b}{2}$$

és

$$y = \frac{a}{2}$$

A kérdéses pont tehát az AB átfogó felezési pontja.

II.

A henger felülete, ha a forgatás az a befogó körül történik

$$S = 2x^2\pi + 2\pi xy$$

ha pedig a forgatás a b befogó körül történik

$$S' = 2y^2\pi + 2\pi yx$$

De egyrészt

$$y = \frac{a}{b}(b - x)$$

és így

$$S = 2\pi x^2 + \frac{2a\pi}{b}(b - x)x$$

másrészt $x = \dfrac{b}{a}(a - y)$ és $S' = 2\pi y^2 + \dfrac{2b\pi}{a}(a - y)y$.

Ha a feladatot megoldottuk S-re, a megoldást S'-re az x és y, a ás b értékek felcserélése által nyerjük.

$$bS = 2(b\pi - a\pi)x^2 + 2ab\pi x$$

$$\frac{b}{2\pi}S = (b - a)x^2 + abx$$

$$\frac{b(a-b)}{2\pi}S = -(a-b)^2 + (a-b)abx - \frac{a^2b^2}{4} + \frac{a^2b^2}{4}$$

$$\frac{b(a-b)S}{2\pi} = -\left\{ (a-b)x - \frac{ab}{2} \right\}^2 + \frac{a^2b^2}{4}$$

$$S = -\frac{2\pi}{b(a-b)}\left\{ (a-b)x - \frac{ab}{2}\right\}^2 + \frac{\pi a^2 b^2}{2(a-b)}$$

Ha $a > b$

$$S_{max} = \frac{\pi a^2 b}{2(a-b)}$$

midőn

$$x = \frac{ab}{2(a-b)}$$

Ha $a < b$

$$S'_{max} = \frac{\pi a b^2}{2(b-a)}$$

midőn

$$y = \frac{ab}{2(b-a)}$$

(Stark Zsigmond, főreálisk, VIII. oszt. tanuló, Pécs.)

A feladatot még megoldották: Hónig Viktor, főgymn.VIII. oszt. tanuló, Kaposvár; Pollák Sándor, főgymn. VII. oszt. tanuló Győr.