Vigyük át a 3-at a baloldalra ellenkező előjellel, ezáltal nem változik az egyenlőtlenség,

$$\frac{4x^4-20x^2+18}{x^4-5x^2+4}-3<0.$$

$$\frac{4x^4-20x^2+18-3x^4+15x^2-12}{x^4-5x^2+4}<0.$$

$$\frac{x^4-5x^2+6}{x^4-5x^2+4}<0.$$

A tört negatív, tehát kell, hogy vagy a számláló, vagy a nevező negatív legyen. Itt a nevező negatív. Legyen a számlálóban álló függvény jele $F(x^2)$.

$$\begin{aligned} F(x^2)&=x^4-5x^2+6\\ &=(x^2-x_1^2)(x^2-x_2^2) \end{aligned}$$

A függvény positív, tehát a szorzat mindkét tagja vagy $+$, vagy $-$ előjelű.

$$\begin{array}{ccc} x^2-x_1^2>0 & \qquad & x^2-x_1^2<0\\ \underline{x^2-x_2^2>0} & & \underline{x^2-x_2^2<0} \end{array}$$

$$x^4-5x^2+6=0$$

$$x^2=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2};\qquad x_1^2=3,\qquad x_2^2=2$$

tehát

$$\begin{array}{ccc} x^2-3>0 & \qquad & x^2-3<0\\ \underline{x^2-2>0} & & \underline{x^2-2<0}\\ x^2>3 & & x^2<2 \end{array}$$

Legyen a nevezőben álló függvény jele $f(x^2)$.

$$\begin{aligned} f(x^2)&=x^4-5x^2+4\\ &=(x^2-x_1^2)(x^2-x_2^2) \end{aligned}$$

$$x^2-5x^2+4=0$$

$$x^2=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2};\qquad x_1^2=4,\qquad x_2^2=1$$

$$f(x^2)=(x^2-4)(x^2-1)$$

A függvény negatív, tehát egyik tag negatív.

$$\begin{array}{c} x^2<4\\ \underline{x^2>1}\\ 1<x^2<4 \end{array}$$

Kell, hogy az x mind a feltételeknek megfeleljen, tehát első esetben

$$\begin{array}{c} 1<x^2<4\\ \underline{3<x^2}\\ 1<3<x^2<4\\ 3<x^2<4 \end{array}$$

$$+\sqrt{3}<x<2;\qquad -2<x<-\sqrt{3}$$

második esetben

$$\begin{array}{c} 1<x^2<4\\ \underline{x^2<2}\\ 1<x^2<2<4\\ 1<x^2<2 \end{array}$$

$$1<x<\sqrt{2};\qquad -\sqrt{2}<x<-1$$

(Heymann Tivadar, főreálisk. VII. oszt. tanuló, Győr).