

Első megoldás

A szerkesztés alapja az, hogy ha két párhuzamos egyenest 2 sugárral átmetszünk, akkor a sugarak találkozáspontján átmenő bármely egyenes a párhuzamosoknak a sugarak által kimetszett részét egyenlő arányban osztja.

A két adott egyenest párhuzamos helyzetbe hozzuk; még pedig $A'B'C'D'$ vonalat A' pontja körül forgatjuk. B' jut B'' -be, C' a C'' -be s. i. t. Most összekötjük A pontot A' -vel, B -t B'' -vel, C -t C'' -vel, D -t D'' -vel. Az $\overline{AA''}$ és $\overline{BB''}$ egyenesek metszéspontját a $\overline{CC''}$ és $\overline{DD''}$ egyenesek metszéspontjával összekötő egyenes oly pontokat (X és X'') metsz ki a két párhuzamosból, melyek a következő aránylatokat elégítik ki:

$$XA : XB = X''A'' : X''B''$$

$$XC : XD = X''C'' : X''D''$$

Most az X'' pontot $A'B'C'D'$ vonalba forgatjuk, hol X' pontot nyerjük.

De

$$X''A'' = X'A'$$

$$X''B'' = X'B'$$

$$X''C'' = X'C'$$

$$X''D'' = X'D'$$

s így

$$XA : XB = X'A' : X'B'$$

$$XC : XD = X'C' : X'D'$$

A feladat feltételeinek tehát megfelelnek a most nyert X és X' pontok. (Visnya Aladár és Lauber Dezső, főreálisk. VI. oszt. tanulók, Pécs).

Második megoldás

Jelöljük az $AB \dots$ egyenest e -vel, az $A'B' \dots$ egyenest f -fel. Metszéspontjuk legyen S .

Az A, B, \dots pontok távolsa az S -től legyen a, b, \dots ; az A', B', \dots pontok távolsa a', b', \dots .

Ekkor az adott aránylatok a következő alakban írhatók.

$$\frac{x-a}{x-b} = \frac{x'-a'}{x'-b'} \dots\dots\dots 1.)$$

$$\frac{x-c}{x-d} = \frac{x'-c'}{x'-d'} \dots\dots\dots 2.)$$

Tekintsük az e és f egyeneseket ferdeszögű sík koordináta tengely-rendszernek az $a, a' \dots$ értékrendszereket egy-egy $A'' \dots$, pont koordinátáinak.

Az 1.) egyenlet ekkor az A'' és B'' pontokat összekötő, a 2.) egyenlet a C'' és D'' pontokat összekötő egyenesnek egyenletei és x és x' a két egyenes metszéspontjának X'' -nek koordinátái. Az S ponttól számított x és x' hosszúságok végpontjai a keresett X és X' pontok.

A kívánt szerkesztés tehát a következő:

Húzzunk az A -ból párhuzamosot f -fel és az A' -ből párhuzamosot e -vel. Metszéspontjukat nevezzük A'' -nek. Hasonlóképpen szerkesztjük B'' -et, C'' -et és D'' -et a B, B' és C, C' és D, D' pontpárokból. Összekötjük továbbá az A'' -et B'' -tel és a C'' -et D'' -tel. E két egyenes metszéspontját X'' -tel jelöljük. Az X'' -ből húzok párhuzamosokat az e -vel és f -fel. A pontok melyekben ezek f -et és e -t metszik, a keresett X' és X pontok.

¹ **Jegyzet.** Jelöljük az AA', BB', CC' és DD' egyeneseket rendre a, b, c és d -vel, az XX' egyenest pedig x -szel. Az e, f, c és b , továbbá az e, f, c és d egyenesek mint *érintők* egy-egy *parabolát* határoznak meg, melyeknek e és f közös érintői. *E két parabolának további közös érintője az $XX' = x$ egyenes.*