

Megoldás. Az $x^2 + px + q = 0$ egyenletben

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2},$$

$$x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2},$$

Tegyük fel, hogy $x_1 = 4x_2$ -vel akkor

$$\frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} = 4 \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2},$$

$$-p + \sqrt{p^2 - 4q} = -4p - 4\sqrt{p^2 - 4q},$$

$$5\sqrt{p^2 - 4q} = -3p.$$

Négyzetre emelve az egyenlet bal és jobb oldalát, lesz

$$25p^2 - 100q = 9p^2,$$

$$16p^2 = 100q,$$

$$4p^2 = 25q,$$

$$p^2 = \frac{25}{4}q.$$

p^2 és vele p csak úgy lehet egész szám, ha q a 4-nek többszöröse, vagyis ha

$$q = 4u.$$

Ekkor

$$p^2 = 25u,$$

és

$$p = \pm 5\sqrt{u}.$$

Hogy p és q legfeljebb két számjegyű szám legyen, arra szükséges, hogy

$$4u < 100,$$

$$\pm 5\sqrt{u} < 100,$$

$$25u < 10000;$$

vagyis, hogy

$$u < 25 < 400.$$

Az első szükséges és elegendő egyenlőtlenségből nyerjük a keresett értékrendszerek gyanánt:

$$\pm 5, 4$$

$$\pm 10, 16$$

$$\pm 25, 36$$

$$\pm 20, 64.$$

(A debreczeni áll. főreáliskola VIII. osztályú tanulói.)