



Az ABCD négyszög körül írt kör sugara egyenlő az ABC, BCD, CDA, vagy DAB háromszögek körül írt körök sugarával. Hogy ezt kiszámíthassuk, csak az $AC=x$, vagy a $BD=y$ hosszúságot kell ismernem

$$(1) \quad \begin{aligned} x^2 &= a^2 + b^2 - 2bA'B, \\ x^2 &= c^2 + d^2 + 2dC'D, \end{aligned}$$

a Carnot-tétel értelmében.

Az ABA' és CDC' háromszögek hasonlóságából következik, hogy:

$$(2) \quad A'B : C'D = a : c.$$

Az (1) és (2)-ből lesz a következő:

$$\begin{aligned} 2bA'B + 2dC'D &= (a^2 + b^2) - (c^2 + d^2), \\ cA'B - aC'D &= 0; \end{aligned}$$

és ebből:

$$2(ab + cd)A'B = a(a^2 + b^2 - c^2 - d^2),$$

$$A'B = a \frac{(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2)}{2(ab + cd)}$$

$$x^2 = a^2 + b^2 - ab \frac{(a^2 + b^2) - (c^2 + d^2)}{ab + cd}$$

$$x^2 = \frac{(a^2 + b^2)cd + ab(c^2 + d^2)}{(ab + cd)},$$

$$x^2 = \frac{(bc + da)(ca + bd)}{(ab + cd)}.$$

$$r = \frac{abx}{4t},$$

hol t az ABC háromszög területét jelenti.

$$r^2 = \frac{a^2 b^2 x^2}{16t^2}$$

$$16t^2 = \{(a + b)^2 - x^2\} \cdot \{x^2 - (a - b)^2\};$$

$$(a + b)^2 - x^2 = \frac{(a + b)^2(ab + cd) - (ac + bd)(ad + bc)}{ab + cd} = \frac{ab\{(a + b)^2 - (c - d)^2\}}{ab + cd};$$

$$x^2 - (a - b)^2 = \frac{(ac + bd)(ad + bc) - (ab + cd)(a - b)^2}{ab + cd} = \frac{ab\{(c + d)^2 - (a - b)^2\}}{ab + cd};$$

$$16t^2 = \frac{a^2 - b^2}{(ab + cd)^2} \{(a + b)^2 - (c - d)^2\} \{(c + d)^2 - (a - b)^2\}.$$

$$r^2 = \frac{a^2 b^2 (ab + bd)(ad + bc)(ab + cd)^2}{a^2 b^2 (ab + cd) \{ (a + b)^2 - (c - d)^2 \} \{ (c + d)^2 - (a - b)^2 \}},$$
$$r^2 = \frac{(ab + bd)(ad + bc)(ab + cd)}{(a + b + c - d)(a + b - c + d)(a - b + c + d)(-a + b + c + d)},$$