

I. megoldás. Tegyük fel, hogy nincs a két sorozatnak egy-egy, egymást n -re kiegészítő eleme. Ebben az esetben, ha az első sorozat elemei a_1, a_2, \dots, a_k , a második sorozatban az $n - a_1, n - a_2, \dots, n - a_k$ számok nem szerepelhetnek. Az $1, 2, \dots, n - 1$ számok közül e k darab számot elhagyva $n - k - 1$ darab szám marad. A második sorozatban csak ezek szerepelhetnek. A két sorozat elemeinek együttes száma tehát legfeljebb $k + (n - k - 1) = n - 1$.

Mivel azonban az elemek együttes száma legalább n , feltevésünk lehetetlen, azaz a feladat állítása helyes.

II. megoldás. Alkossunk egy újabb sorozatot azokból a számokból, amelyek a második sorozat elemeit n -re egészítik ki. Ebben szerepelnie kell az első sorozat valamelyik elemének, mert e két sorozatnak együttesen ugyancsak legalább n eleme van, az $1, 2, \dots, n - 1$ számokból pedig nem lehet n különbözőt kiválasztani. Az első sorozatnak így megtalált eleme n -re egészíti ki a második sorozatnak egy elemét.

Megjegyzések: 1. A közölt két megoldás lényegében azonos gondolatra épül. Egybevetésük mégis tanulságos lehet.

2. Fel lehet vetni a kérdést, hogy ha nem két, hanem s sorozat szerepel, mekkorának kell akkor lennie együttes elemszámuknak ahhoz, hogy bizonyosan legyen közöttük két sorozatnak egy-egy olyan eleme, melyeknek összege n . Ez a minimális elemszám $n + (s - 2)m$, ahol m az $\frac{n}{2}$ -nél kisebb egész számok legnagyobbikát jelenti. Ennek bizonyítását az olvasóra hagyjuk.