

Mindenekelőtt nyilvánvaló, hogy ha $m = p$ prímszám, akkor nem lehet osztója az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p - 1)$ szorzatnak. Tehát csak az összetett számok jönnek tekintetbe.

Ha m felbontható két *különböző* egész szám szorzatára, vagyis $m = a \cdot b$, ahol $a \neq b$, akkor m osztója a fenti szorzatnak, mert hiszen az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (m - 1)$ szorzatban feltétlenül előfordul mind az „ a ”, mind a „ b ” mint tényező.

Hátramarad még az az eset, mikor az m csak két egyenlő tényező szorzatára bontható fel, vagyis midőn $m = p^2$ egy prímszám négyzete, akkor az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p^2 - 1)$ szorzat csak akkor osztható p^2 -tel, ha a tényezősorban p és $2p$ előfordul, vagyis ha $2p < p^2$, azaz $p > 2$. Ezt az egyenlőtlenséget $p = 2$ kivételével minden prímszám kielégíti.

Kimodhajtuk tehát, hogy m bármilyen összetett szám lehet a 4 kivételével, és más szám nem felel meg.

Megjegyzések: 1. Feladatunk megoldása változatlan marad, ha csak az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (m - 2)$ szorzatra szorítkozunk, mert hiszen $(m - 1)$ és m -nek nem lehet közös osztója.

2. Csak nagyon kevésbé módosul a megoldás, ha az $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$ szorzatra szorítkozunk, ahol a szögletes zárójel jelenti az $\frac{m}{2}$ számban foglalt legnagyobb egész számot. A prímszámok természetesen megint ki vannak zárva, viszont az $m = ab$ ($a \neq b$) alakú összetett számok ismét eleget tesznek a követelményeknek, mert $2 \leq a$ és $2 \leq b$ miatt

$$b = \frac{m}{a} \leq \frac{m}{2} \quad \text{és} \quad a = \frac{m}{b} \leq \frac{m}{2}.$$

Hátra van még az $m = p^2$ eset, hol az oszthatósághoz most szükséges, hogy $2p \leq \frac{p^2}{2}$, vagyis $p \geq 4$. Tehát a $p = 2$ -n kívül a $p = 3$ is ki van zárva. Ez esetben tehát a 4 és 9 kivételével az összes összetett számok, és csakis ezek, tesznek eleget a követelménynek.

Ez a feladat Kürschák Józseftől ered és még ő sorolta be a kitűzendő versenyfeladatok közé.