

Forgassuk el a  $BPC$  háromszöget  $B$  körül  $60^\circ$ -kal az  $A$ -val ellentétes irányba.  $P$  képe legyen  $P'$ ,  $C$  képe pedig  $A'$  (lásd az *ábrát*). A forgatás tulajdonságai miatt a  $BPP'$  és a  $BCA'$  háromszögek szabályosak, ezért  $PP' = PB$  és  $BA' = BC$ ; továbbá  $P'A' = PC$ .

A háromszög-egyenlőtlenség miatt  $PA' \leq PP' + P'A'$ , vagyis az előző egyenlőségek alapján  $PA' \leq PB + PC$ . Mivel  $BC$  az  $ABC$  legnagyobb oldala, ezért  $AB \leq BC = A'B$ , tehát  $B$  az  $AA'$  szakasz felezőmerőlegesének  $A$  felőli oldalán van. Ugyanez elmondható  $C$ -ről is ( $AC \leq BC = A'C$ ), azaz a teljes  $ABC$  háromszög a felezőmerőleges  $A$  felőli oldalán

van. Viszont  $P$  a háromszög belső pontja, azaz szintén a felezőmerőleges  $A$  felőli oldalán található. Ebből következik, hogy  $AP < A'P$  ( $P$  nem lehet a felezőmerőleges, ezért szigorú egyenlőtlenség áll fenn). Azaz  $PA < PA' \leq PB + PC$ , ami éppen a bizonyítandó állítás.

*Csirmaz Előd* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., 8. o.t.) dolgozata alapján

*Megjegyzés.* A megoldás során azt használtuk fel, hogy az  $ABC$  háromszögnek nincs  $BC$ -nél nagyobb oldala, azaz  $BC$  a háromszög egyik leghosszabb oldala.