Megmutatjuk, hogy ha mindketten jól játszanak, akkor $T_{XYZ} = \frac{1}{4}T_{ABC}$ lesz. Ehhez elegendő a következő két állítást belátnunk:

(i) *Tibi tud úgy játszani, hogy* $T_{XYZ} \le \frac{1}{4}T_{ABC}$ *legyen;*

(ii) *Gizi tud úgy játszani, hogy* $T_{XYZ} \ge \frac{1}{4}T_{ABC}$ *legyen.*

Tibi stratégiája a következő: ha Gizi az $X$ pontot kiválasztotta az $AB$ oldalon, akkor Tibi úgy veszi fel $Y$-t a $BC$ oldalon, hogy $XY$ párhuzamos legyen $AC$-vel (ezt nyilván mindig meg tudja tenni). Ha az $ABC$ háromszög $B$-hez tartozó magasságát $m_b$-vel, az $XBY$ háromszög $B$-hez tartozó magasságát $m_b'$-vel, az $\frac{XB}{AB}$ arányt pedig $t$-vel jelöljük, akkor akárhol is választja Gizi a $Z$ pontot, az $XYZ$ háromszög $Z$-hez tartozó magassága mindig $m_z = m_b - m_b'$ lesz (*1. ábra*). De az $ABC$ és az $XBY$ háromszögek hasonlósága miatt $m_b' = t \cdot m_b$ és $XY = t \cdot AC$. Ezért

$$T_{XYZ} = \frac{1}{2} XY \cdot m_z = \frac{1}{2}(t \cdot AC)(m_b - t \cdot m_b) = t(1-t) \cdot \frac{1}{2} AC \cdot m_b = t(1-t) \cdot T_{ABC}.$$

Viszont $t(1-t) = \frac{1}{4} - \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$, amivel az (i) állítást igazoltuk.

Gizi stratégiája a következő: $X$-et az $AB$, $Z$-t pedig az $AC$ oldal felezőpontjának választja. Ekkor akárhol is választja Tibi az $Y$ pontot (*2. ábra*), az $XYZ$ háromszög $Y$-hoz tartozó magassága éppen fele lesz az $ABC$ háromszög $A$-hoz tartozó magasságának, mert $XZ$ középvonal az $ABC$ háromszögben; és ugyanezért $XZ = \frac{1}{2}BC$ is teljesül. Vagyis ekkor $T_{XYZ} = \frac{1}{4}T_{ABC}$. Ezzel az (ii) állítást is beláttuk.

*Gyenes Zoltán* (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., I. o.t.)