Jelöljük a háromszög csúcsait $A$, $B$, $C$-vel; a csúcsokkal szemközti oldalakat rendre $a$, $b$, $c$-vel; az oldalakra felmért szakaszok végpontjait – az *ábrán* látható módon – $A'$, $C'$, $B'$, $A''$, $C''$, $B''$-vel; az $ABC$ háromszög beírt körének középpontját $O$-val; az $A$-ból a beírt körhöz húzott érintőszakasz hosszát pedig $x$-szel. Megmutatjuk, hogy az $A'$, $B'$, $C'$, $A''$, $B''$, $C''$ pontok egy $O$ középpontú körön vannak.

Az $AA'C'$, $BB'A''$ és $CC''B''$ háromszögek egyenlő szárúak, ezért az alapjaik felezőmerőlegesei egybeesnek száraik szögfelezőivel. E szögfelezők viszont a csúcsszögek tulajdonságai miatt megegyeznek az $ABC$ háromszög belső szögfelezőivel, s így átmennek $O$-n. Tudjuk, hogy egy körhöz egy külső pontból húzott két érintőszakasz egyenlő, ezért a $B$, illetve $C$ pontból a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hossza $c-x$, illetve $b-x$, így $BC=a=(c-x)+(b-x)$, amiből kapjuk, hogy $x=\frac{1}{2}(b+c-a)$. Tehát az $A'$-ből, $B'$-ből, illetve $C''$-ből a beírt körhöz húzott érintőszakaszok hossza rendre $a+x=b+(c-x)=c+(b-x)=\frac{1}{2}(a+b+c)$. Ezért az $A'$, $B'$, $C''$ pontok $O$-tól való távolsága $\sqrt{\left[\frac{1}{2}(a+b+c)\right]^2+r^2}$, ahol $r$ az $ABC$ háromszög beírt körének sugara. Mivel már láttuk, hogy $OA'=OC'$, $OB'=OA''$ és $OB''=OC''$, azért ebből következik, hogy az $A'$, $A''$, $B'$, $B''$, $C'$ és $C''$ pontok egy – $O$ középpontú – körön vannak.

*Juhász Ágnes* (Miskolc, Avasi Gimn., I. o.t.) dolgozata alapján