

A kocka bármelyik csúcsát kiválasztva, az általa és a rá nem illeszkedő lapok középpontjai által meghatározott tetraéderek egybevágóak, ezért elegendő egy ilyen tetraéder felszínét meghatározni. Jelöljük a kocka csúcsait az *ábrán* látható módon  $A, B, C, D, E, F, G, H$ -val; az  $F$ -re nem illeszkedő lapok középpontjait  $K, L, M$ -mel;  $KM$  felezőpontját pedig  $R$ -rel.

A  $KLMF$  tetraéder élei közül  $KM = ML = LK = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ , mert ezek az  $a \cdot \sqrt{2}$  oldalú  $ACH$  háromszög középvonalai. Továbbá  $KF = LF = MF$ , mert mindegyik a kocka egyik lapjának középpontját köti össze a szemközti lap egyik

csúcsával. E szakaszok hosszát Pitagorasz tétele segítségével számolhatjuk ki, pl.  $KF^2 = KB^2 + BF^2 = \left(a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{3}{2}a^2$ ; így  $KF = LF = MF = a \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}$ . A  $KMF$ ,  $LMF$  és  $LKF$  háromszögek egybevágóak, mert megfelelő oldalai megegyeznek. A  $KMF$  háromszög  $KM$  oldalához tartozó  $FR$  magasságának hossza ugyancsak Pitagorasz tétele szerint:

$$FR^2 = FK^2 - RK^2 = FK^2 - \left(\frac{KM}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}a^2 - \frac{1}{8}a^2 = \frac{11}{8}a^2;$$

ezért a háromszög területe  $T_{KMF} = \frac{1}{2}KM \cdot FR = a^2 \cdot \frac{\sqrt{11}}{8}$ . A  $KLM$  szabályos háromszög területe  $T_{KLM} = KM^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{8}$ . Tehát a tetraéder felszíne

$$A = T_{KLM} + 3T_{KMF} = \frac{a^2}{8} (\sqrt{3} + 3\sqrt{11}) \approx 1,46a^2.$$

*Huszár Péter* (Révkomárom, Selye J. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján