

Mivel az  $A_1C_1$  szakasz párhuzamos az  $AC$  szakasszal, ezért a  $QB_1A_2$  és a  $B_2C_1A_2$  háromszögek hasonlóak, azaz  $\frac{QB_1}{B_1A_2} = \frac{B_2C_1}{C_1A_2}$ . Az  $RB_1C_2$  és a  $B_2A_1C_2$  háromszögek is hasonlóak, ezért  $\frac{RB_1}{B_2A_1} = \frac{B_1C_2}{A_1C_2}$ . E két egyenletből  $QB_1$ -et és  $RB_1$ -et kifejezve kapjuk, hogy

$$\frac{QB_1}{RB_1} = \frac{B_1A_2 \cdot B_2C_1}{C_1A_2} : \frac{B_2A_1 \cdot B_1C_2}{A_1C_2} = \frac{B_1A_2}{A_2C_1} \cdot \frac{C_1B_2}{B_2A_1} \cdot \frac{A_1C_2}{C_2B_1}.$$

Egy háromszög középvonalai párhuzamosak a háromszög megfelelő oldalaival, ezért ha  $A_3$ ,  $B_3$  és  $C_3$  jelöli az  $AP$ ,  $BP$  és  $CP$  egyeneseknek az  $ABC$  háromszög oldalaival alkotott metszéspontjait (*ábra*), akkor a párhuzamos szelők tétele alapján  $\frac{B_1A_2}{A_2C_1} = \frac{CA_3}{A_3B}$ ,  $\frac{C_1B_2}{B_2A_1} = \frac{AB_3}{B_3C}$  és  $\frac{A_1C_2}{C_2B_1} = \frac{BC_3}{C_3A}$ . Vagyis

$$\frac{QB_1}{RB_1} = \frac{CA_3}{A_3B} \cdot \frac{BC_3}{C_3A} \cdot \frac{AB_3}{B_3C}.$$

A jobb oldalon álló szorzat értéke viszont Ceva tétele szerint (lásd pl. Horvay–Reiman: *Geometriai feladatok gyűjteménye I.*, 1263. feladat) 1, mert az  $AA_3$ ,  $BB_3$  és  $CC_3$  egyenesek egy ponton,  $P$ -n mennek át.

Ez azt jelenti, hogy az  $RB_1$  és a  $QB_1$  szakaszok hossza megegyezik, és éppen ezt akartuk bizonyítani.

*Terék Zsolt* (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.)