Legyen $x = a + \frac{z}{n}$, ahol a egész, $0 \le \frac{z}{n} < 1$, és $k \le z \le k+1$ valamilyen k egész számra. Ekkor

$$[x] = a, \quad \left[x + \frac{1}{n}\right] = a, \quad \ldots, \quad \left[x + \frac{n-k-1}{n}\right] = a,$$
$$\left[x + \frac{n-k}{n}\right] = a+1, \quad \ldots, \quad \left[x + \frac{n-1}{n}\right] = a+1,$$

tehát

$$[x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \cdots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right] =$$
$$= (n-k)a + k \cdot (a+1) = na + k = na + [z] = [na + z] = [nx].$$

Győri Nikolett (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o.t.