Legyen a derékszögű háromszög átfogója 1, területe t, a kisebbik hegyesszöge α. Használjuk az *ábrák* további jelöléseit. Az *1. ábrán* lévő BCD egyenlő szárú háromszög ($BC = BD$) területét jelöljük t_1-gyel. Megvizsgáljuk, hogy mikor lesz $t_1 \geq \frac{t}{\sqrt[3]{2}}$, azaz

$$\frac{\cos\alpha\cos\alpha\sin\alpha}{2} \geq \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{2\sqrt[3]{2}}.$$

1. ábra

1. ábra

2. ábra

A keresett feltétel: $\cos\alpha \geq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$, vagyis $0 < \alpha \leq \operatorname{arc}\cos\frac{1}{\sqrt[3]{2}} (< 45^\circ)$. Előfordulhat, hogy α nem teljesíti ezt a feltételt. Keressünk ekkor az egyenlő szárú háromszög elhelyezésére egy másik lehetőséget. A *2. ábrán* EF az AB átfogó felező merőlegese, az ABF háromszög területe pedig legyen t_2. A $t_2 \geq \frac{t}{\sqrt[3]{2}}$ követelmény, figyelembe véve, hogy

$AF = BF = \dfrac{1}{2\cos\alpha}$ és $AFB\sphericalangle = 180^\circ - 2\alpha$, éppen

$$\left(\frac{1}{2\cos\alpha}\right)^2 \cdot \sin(180^\circ - 2\alpha) \geq \frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sqrt[3]{2}},$$

azaz $\cos\alpha \leq \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$, tehát $45^\circ \geq \alpha \geq \operatorname{arc\,cos} \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Mivel a kapott két feltétel egyike mindig teljesül, a feladat állítását igazoltuk.

Pintér Dömötör (Szombathely, Nagy L. Gimn., IV. o.t.) *Várady Gergő* (Bp., Eötvös J. Gimn., III. o.t.)

Megjegyzés. Megyeri Csaba (Nagykanizsa, Batthyány L. Gimn,. IV. o.t.) rámutatott arra, hogy a feladat állítása éles, tehát az $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ arány nem növelhető.