

**I. megoldás.** Ha  $d$  osztója két egész számnak, akkor osztója egész számú többszöröseiknek és összegüknek (különbségüknek) is. Mivel

$$3(14n + 3) - 2(21n + 4) = 1,$$

a számláló és a nevező minden közös osztója osztója 1-nek is; a tört ezért nem egyszerűsíthető.

**II. megoldás.** Vegyük figyelembe, hogy ha  $\frac{a}{b} = e + \frac{c}{b}$  ( $a, b, c, e$  egész számok), akkor  $x = a - be$ ,  $a = c + be$ , tehát  $a$  és  $b$  minden közös osztója  $c$ -nek is osztója és  $c$  és  $b$  minden közös osztója  $a$ -nak is osztója; ezért  $\frac{a}{b}$  akkor és csak akkor egyszerűsíthető, ha  $\frac{c}{b}$  is egyszerűsíthető; nyilván ugyanez igaz  $\frac{a}{b}$ -re és  $\frac{b}{a}$ -ra is. Mivel

$$\frac{21n + 4}{14n + 3} = 1 + \frac{7n + 1}{14n + 3} \quad \text{és} \quad \frac{14n + 3}{7n + 1} = 2 + \frac{1}{7n + 1},$$

viszont az utolsó tört nem egyszerűsíthető, ezért ugyanez igaz az eredeti törtre is.

*Megjegyzés.* A feladat az I. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia első feladata volt 1959-ben. A megoldást – mint több beküldőnk – Reiman István *Nemzetközi Matematikai Diákolimpiák 1959–1994* c. könyvéből másoltuk! (TypoTEX kiadó, 1996)