I. megoldás. Betűzzük meg az *1. ábra* egyik téglalapjának a csúcsait A, B, C, D-vel. Láthatjuk, hogy a nagy téglalap hiányzó részeit tengelyes tükrözéssel kaphatjuk meg. Elegendő tehát az $ABCD$ téglalap felosztását vizsgálnunk. Mivel a felosztásban szereplő derékszögű háromszögek egybevágók, pl. az A csúcsban 3 egyenlő szög találkozik, amelyek összege 90°, azaz a derékszögű háromszög egyik hegyesszöge 30°, a másik 60°. Jelöljük a-val a 30°-kal szemközti befogót. Jól ismert, hogy ekkor az átfogó $2a$, a hosszabbik befogó pedig $a\sqrt{3}$ hosszú. (Bizonyítható pl. a szinusztétellel.) Az $ABCD$ téglalap oldalainak hossza tehát $3a$, illetve $a\sqrt{3}$. Az *1. ábrán* szereplő téglalap így nem lehet négyzet, hiszen oldalai $6a$ és $3\sqrt{3}a$.

1. ábra. Téglalap felosztása egybevágó derékszögű háromszögekre

2. ábra. Négyzet felosztása háromszögekre: nem mind egybevágó!

II. megoldás. Az előbb már láttuk, hogy az egybevágó derékszögű háromszögek egyik szöge 30°, oldalai 1, 2 és $\sqrt{3}$ (a rövidebbik befogót választottuk egységnyinek). Ha létezne ilyen derékszögű háromszögekből összerakható négyzet, akkor annak oldala $n+m\sqrt{3}$ hosszúságú lenne (n, m természetes számok). Tegyük fel, hogy a négyzet k

darab háromszögből áll, akkor területe:

$$\frac{k\sqrt{3}}{2}=\left(n+m\sqrt{3}\right)^2,$$

ahonnan

$$2\left(n^2+3m^2\right)=\sqrt{3}(k-2nm).$$

Mivel k, n és m racionális, $\sqrt{3}$ irracionális volta miatt csak úgy állhat fenn az egyenlőség, ha $k-2nm=0$, amiből $2\left(n^2+3m^2\right)=0$ következne, tehát $n=0$, $m=0$. A négyzet oldalára $n+m\sqrt{3}=0$ adódna. Ilyen négyzet tehát nem létezik.

Terpai Tamás (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o.t.)

Megjegyzés. A februári szám borítóján téglalap helyett egy négyzet szerepel. Ha alaposan szemügyre vesszük a *2. ábrát*, láthatjuk, hogy a felosztásban szereplő háromszögek nem mindegyike derékszögű.