

Az adott $-3 \leq x \leq 3$ intervallumban a kifejezés értelmezve van. Vezessük be az $a = \sqrt{9 - x^2}$ jelölést. Ekkor

$$f(x) = 9 - x^2 - 2\sqrt{9 - x^2} = a^2 - 2a;$$

a $g(a) = a^2 - 2a = (a - 1)^2 - 1$ másodfokú függvénynek az $a = 1$ helyen van minimuma. Ekkor a $\sqrt{9 - x^2} = 1$ egyenletből $x_{1,2} = \pm 2\sqrt{2}$, és $f(x_{1,2}) = -1$. Mivel $2\sqrt{2}$ és $-2\sqrt{2}$ is a megjelölt intervallumba esik, a kifejezésnek mindkét helyen minimuma van, és a minimum értéke -1 .

A $g(a) = (a - 1)^2 - 1$ függvény a $[0, 1]$ intervallumban szigorúan monoton fogy, az $[1, 3]$ intervallumban szigorúan monoton nő. Így maximumát csak az $a = 0$ vagy az $a = 3$ helyen veheti fel. Ha $a = 0$, akkor $\sqrt{9 - x^2} = 0$ -ból $x_{3,4} = \pm 3$, $f(\pm 3) = 0$, ha pedig $a = 3$, akkor $\sqrt{9 - x^2} = 3$ -ból $x_5 = 0$, és $f(0) = 9 - 2\sqrt{9} = 3$. Ez tehát a kifejezés maximuma a megjelölt intervallumban.

Megjegyzés. Sokan deriválással oldották meg a feladatot, de néhányan megint megfeledkeztek arról, hogy ahol a derivált nulla, ott a függvénynek szélsőértéke *lehet*. Azt, hogy ott van is szélsőérték, külön meg kell vizsgálni.