Megmutatjuk, hogy megfelelő, csak 1-es és 2-es számjegyekből álló szám pontosan akkor létezik, ha d nem osztható 5-tel. Ha d osztható 5-tel, akkor d bármely többszöröse 0-ra vagy 5-re végződik, ezért nem állhat csupa 1-es és 2-es számjegyből.

Legyen $d \cdot 2^{1996} = 2^n p$, ahol p páratlan, 5-tel nem osztható egész. Az **F. 3084.** feladat megoldásában (KöMaL 1996/2. szám, 97. oldal) bebizonyítottuk, hogy tetszőleges n pozitív egészhez létezik olyan pontosan n-jegyű, csupa 1-es és 2-es számjegyből álló szám, amely osztható 2^n-nel. Legyen ez a szám A.

Megmutatjuk, hogy létezik olyan k pozitív egész, amelyre $1 + 10^n + 10^{2n} + \cdots + 10^{kn}$ osztható p-vel. Tekintsük az 1, $1 + 10^n$, $1 + 10^n + 10^{2n}$, $\ldots$ számokat. Ezek között vannak olyanok, amelyek p-vel osztva azonos maradékot adnak, legyen két ilyen szám

$$1 + 10^n + \cdots + 10^{k_1 n} \qquad \text{és} \qquad 1 + 10^n + \cdots + 10^{k_2 n},$$

ahol $k_1 < k_2$. Ekkor a két szám különbsége,

$$10^{(k_1+1)n} \left(1 + 10^n + \cdots + 10^{(k_2-k_1-1)n}\right)$$

osztható p-vel. Viszont p és $10^{(k_1+1)n}$ relatív prímek, ezért a második tényező osztható p-vel.

Tekintsük most az $\left(1 + 10^n + 10^{2n} + \cdots + 10^{kn}\right) \cdot A$ számot. Ez úgy keletkezik, hogy az A számot $(k+1)$-szer egymás után írjuk, tehát csupa 1-es és 2-es számjegyből áll; másrészt egy p-vel osztható és egy 2^n-nel osztható szám szorzata, tehát osztható $2^n p$-vel.