Megmutatjuk, hogy $\left[\frac{n}{3}\right]$ őr mindig elegendő, és létezik olyan n-szög, amikor ugyanennyi szükséges is.

Először a szükségességet bizonyítjuk. Ha $n = 3k$, akkor tekintsük az *ábrán* látható n-szöget.

Ebben az A_2, A_5, $\ldots$, A_{3k-1} csúcsok közül semelyik kettőt nem lehet ugyanarról a helyről látni (az ábrán besatíroztuk azokat a tartományokat, amelyekről ezeket a csúcsokat látni lehet), tehát legalább k őrre szükség van. Ha $n = 3k+1$ vagy $n = 3k+2$, akkor egy, illetve két újabb csúcs beillesztésével például az A_1A_{3k} oldalt két, illetve három részre oszthatjuk. Ezzel tehát mutattunk olyan n-szöget, amelyhez legalább $\left[\frac{n}{3}\right]$ őrre szükség van.

Az elégségesség bizonyításához először bontsuk fel az n-szöget $n-3$ átlójával $n-2$ háromszögre. Ismeretes, hogy ez mindig lehetséges (bizonyítását lásd pl. *Surányi János:* Matematikai versenytételek, III. kötet, 59. oldal, Tankönyvkiadó, Bp., 1992). Teljes indukcióval megmutatjuk, hogy a csúcsokat ki lehet színezni három színnel úgy, hogy mindegyik, a felbontásban szereplő háromszögben a három csúcs különböző színű. Ez $n = 3$ esetén triviális. Ha $n \geq 4$, akkor van olyan háromszög, amely az n-szögnek két oldalára illeszkedik. (Pl. azért mert több oldal van, mint háromszög, és egy háromszög nem illeszkedhet három oldalra.) Ezt a háromszöget az n-szög két szomszédos oldala fogja közre, a harmadik oldala egy átló. Ha ezt a háromszöget elhagyjuk, a maradék $(n-1)$-szög kiszínezhető. Az elhagyott háromszögnek két csúcsát színeztük ki, mégpedig különböző színnel, mert az átló egy másik háromszögnek is oldala. Ezért a harmadik csúcs színét is megfelelően meg tudjuk választani.

Színezzük ki tehát a csúcsokat három színnel, és tekintsük azt a színt, amelyik a legkevesebbszer szerepel. Az ilyen színű csúcsokhoz egy-egy őrt állítva, az őrök minden falat és a sokszög minden belső pontját látják, számuk pedig nem lehet több $\frac{n}{3}$-nál.

Győri Nikolett (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., I. o.t.) és *Lukács László* (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o.) dolgozatából