

Tekintsünk egy n csúcsú gráfot, amelyet a feltételeknek megfelelően kiszíneztünk k színnel. A gráf minden csúcsához hozzárendelünk egy k hosszúságú, nullákból és egyesekből álló sorozatot. Legyen a gráf egy csúcsa A . Ehhez rendeljük a csupa 0-ból álló sorozatot. Egy tetszőleges, A -tól különböző B csúcshoz rendelt sorozat i -edik eleme legyen 0, ha az AB élen szerepel az i -edik szín, és 1, ha nem szerepel.

Ha B és C két, A -tól és egymástól különböző csúcs, és a hozzájuk rendelt sorozatban az i -edik elem megegyezik, akkor az i -edik szín vagy az AB és AC éleken is szerepel, vagy egyiken sem; mivel az ABC háromszögben a (3) feltétel miatt páratlan sokszor kell szerepelnie, mindenképpen szerepelnie kell a BC élen. Ha pedig a B -hez és C -hez rendelt sorozatban az i -edik elemek különbözőek, akkor az i -edik szín az AB és AC élek közül pontosan az egyikén szerepel, tehát BC -n nem szerepel.

Összefoglalva, a (3) feltételből következik, hogy tetszőleges XY élen akkor és csak akkor szerepel az i -edik szín, ha a hozzájuk rendelt sorozatban az i -edik elem ugyanaz. Ennek a megfordítása is igaz: ha tetszőleges XY élen akkor és csak akkor szerepel az i -edik szín, ha a hozzájuk rendelt sorozatban az i -edik elem ugyanaz, akkor bármely háromszögben a csúcsokhoz rendelt sorozatok i -edik eleme vagy megegyezik (ebben az esetben mindhárom színben szerepel az i -edik szín), vagy pontosan két egyenlő van (és akkor a háromszögnek pontosan egy élén szerepel az i -edik szín).

A (2) feltétel azzal ekvivalens, hogy nem rendeltük két csúcshoz ugyanazt a számot.

Az (1) feltétel pedig azt jelenti, hogy nincs két olyan csúcs, amelyekhez rendelt sorozat egymás komplementere (azaz a 0-kat 1-esekre cseréljük és fordítva).

A feltételek tehát azzal ekvivalensek, hogy a

$$\begin{array}{ll} (0, 0, 0, \dots, 0, 0), & (1, 1, \dots, 1, 1); \\ (0, 0, 0, \dots, 0, 1), & (1, 1, \dots, 1, 0); \\ (0, 0, 0, \dots, 1, 0), & (1, 1, \dots, 0, 1); \\ & \vdots \\ (0, 1, 1, \dots, 1, 1), & (1, 0, \dots, 0, 0); \end{array}$$

sorozat-párok mindegyikéből legfeljebb egy szerepel a csúcsokon. Mivel a sorozatpárok száma 2^{k-1} , ebből következik, hogy $2^{k-1} \geq n$.

Megfordítva, ha $2^{k-1} \geq n$, akkor kiválasztható a szükséges n darab (k hosszúságú) számsorozat, és azokból a megfelelő színezés. A színezhetőség szükséges és elégséges feltétele tehát, hogy $2^{k-1} \geq n$, azaz $k \geq \lceil \log_2 n \rceil + 1$ legyen.

Kiss Tamás és Lippner Gábor (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., III. o.t.) dolgozatai alapján