Jelöljük az i-edik Fibonacci-számot f_i-vel, azaz $f_0=0$, $f_1=1$, $f_2=1$, $f_3=2$ stb. Ismeretes (és az n-re vonatkozó teljes indukcióval könnyen igazolható), hogy $f_n=\frac{1}{\sqrt{5}}(b_1^n-b_2^n)$, ahol $b_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $b_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Ugyanígy az $L_0=2$, $L_1=1$, $L_{n+2}=L_{n+1}+L_n$ rekurzióval értelmezett sorozat elemeire $L_n=b_1^n+b_2^n$ teljesül. Megmutatjuk, hogy $L:=L_{2k}$ $(k=0,1,\ldots)$ esetén fennáll $a_n=\frac{f_{2kn}}{f_{2k(n+1)}}$. Teljes indukciót alkalmazunk n-re: $n=0$-ra az összefüggés nyilvánvalóan teljesül; tegyük fel, hogy $a_n=\frac{f_{2kn}}{f_{2k(n+1)}}$. Ekkor, felhasználva, hogy $b_1b_2=-1$:

$$a_{n+1}f_{2k(n+2)}=\frac{1}{L_{2k}-a_n}f_{2k(n+2)}=\frac{f_{2k(n+2)}}{L_{2k}-\frac{f_{2kn}}{f_{2k(n+1)}}}=\frac{f_{2k(n+2)}f_{2k(n+1)}}{L_{2k}f_{2k(n+1)}-f_{2kn}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\frac{\left(b_1^{2k(n+2)}-b_2^{2k(n+2)}\right)\left(b_1^{2k(n+1)}-b_2^{2k(n+1)}\right)}{\left(b_1^{2k}+b_2^{2k}\right)\left(b_1^{2k(n+1)}-b_2^{2k(n+1)}\right)-\left(b_1^{2kn}-b_2^{2kn}\right)}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{5}}\frac{b_1^{2k(2n+3)}+b_2^{2k(2n+3)}-\left(b_1^{2k}+b_2^{2k}\right)}{b_1^{2k(n+2)}-b_2^{2k(n+2)}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\left(b_1^{2k(n+1)}-b_2^{2k(n+1)}\right)=f_{2k(n+1)},$$

azaz $a_{n+1}=\frac{f_{2k(n+1)}}{f_{2k(n+2)}}$.

Mivel az L_1, L_2, L_3, $\ldots$ sorozat szigorúan monoton nő, a feladat állítását igazoltuk.

Több megoldás alapján