A $B_1B_2B_3$ és a $C_1C_2C_3$ háromszögek közös része egy hatszög. Jelöljük ennek csúcsait az *ábrán* látható módon X, Y, Z, P, Q, R-rel. A hatszög területét úgy fogjuk meghatározni, hogy a $C_1C_2C_3$ háromszög területéből levonjuk az YZC_1, PQC_2 és RXC_3 háromszögek területét. A számolás során azt az ismert tényt fogjuk felhasználni, hogy *ha két háromszögnek közös az egyik szöge, akkor területük aránya megegyezik a közös szöget bezáró oldalak szorzatának arányával* ($T = \dfrac{ab\sin\gamma}{2}$ miatt).

A C_i pontok definíciójából következik, hogy $A_1C_1 = \frac{3}{4}A_1A_2$ és $A_1C_3 = \frac{1}{4}A_1A_3$, ezért

$$T_{A_1C_1C_3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot T_{A_1A_2A_3}.$$

Ugyanígy kapjuk, hogy

$$T_{A_2C_2C_1} = T_{A_3C_3C_2} = \frac{3}{16}T_{A_1A_2A_3}.$$

Ezért $T_{C_1C_2C_3} = T_{A_1A_2A_3} - (T_{A_1C_1C_3} + T_{A_2C_2C_1} + T_{A_3C_3C_2}) = \frac{7}{16}T_{A_1A_2A_3}$.

Mivel B_2 és C_3 negyedelőpontok, azért B_2C_3 párhuzamos A_1A_2-vel, és $B_2C_3 = \frac{3}{4}A_1A_2$. A B_2C_3Y és a B_1C_1Y háromszögek hasonlóak, mert szögeik megegyeznek. Ezért

$$\frac{C_1Y}{YC_3} = \frac{C_1B_1}{C_3B_2} = \frac{\frac{1}{2}A_1A_2}{\frac{3}{4}A_1A_2} = \frac{2}{3},$$

tehát $C_1Y = \frac{2}{5}C_1C_3$. A B_1C_2 és a B_2C_1 szakaszok párhuzamosak A_1A_3-mal, és $B_1C_2 = \frac{3}{4}A_1A_3$, $B_2C_1 = \frac{1}{4}A_1A_3$. A B_1C_2Z és a B_2C_1Z háromszögek szögei egyenlők, ezért a két háromszögben a megfelelő oldalak aránya is egyenlő:

$$\frac{C_1Z}{ZC_2} = \frac{C_1B_2}{C_2B_1} = \frac{\frac{1}{4}A_1A_3}{\frac{3}{4}A_1A_3} = \frac{1}{3},$$

tehát $C_1Z = \frac{1}{4}C_1C_2$.

Vagyis $T_{C_1YZ} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}T_{C_1C_3C_2}$. Ugyanígy kapjuk, hogy $T_{C_2QP} = T_{C_3XR} = \frac{1}{10}T_{C_1C_2C_3}$.

Tehát

$$T_{PQRXYZ} = T_{C_1C_2C_3} - (T_{C_1YZ} + T_{C_2QP} + T_{C_3XR}) = \frac{7}{10}T_{C_1C_2C_3} = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{16}T_{A_1A_2A_3}.$$

Ezért a keresett arányszám $\frac{49}{160}$.

Bosznay Tamás (Bp., ELTE Apáczai Csere J. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján