Tekintsük a feladatot megoldottnak. A két kör közös pontjának nyilván rajta kell lennie az AD szakaszon. Jelöljük ezt a pontot E-vel (*1. ábra*).

Ismert, hogy egy háromszög egyik csúcsából a beírt körhöz húzott érintő hossza megegyezik a háromszög félkerületének és a csúccsal szemközti oldal hosszának különbségével. (A *2. ábra* jelöléseit használva $a=x+y$, $b=y+z$ és $c=z+x$; ezekből pedig azt kapjuk, hogy $x=\frac{1}{2}(a+b+c)-b$, $y=\frac{1}{2}(a+b+c)-c$ és $x=\frac{1}{2}(a+b+c)-a$.) Ezért ha s_B, illetve s_C jelöli az ABD, illetve az ACD háromszög félkerületét, akkor $DE=s_B-AB$ és $DE=s_C-AC$, azaz $s_B-s_C=AB-AC$.

Viszont

$$s_B-s_C=\frac{1}{2}(AB+BD+DA)-\frac{1}{2}(AC+CD+DA)=\frac{1}{2}(AB-AC)+\frac{1}{2}(BD-CD),$$

ezért $BD-CD=AB-AC$. Másrészt $BD+CD=BC$, tehát végül azt kapjuk, hogy

$$BD=\frac{1}{2}(AB+BC-AC) \qquad \text{és} \qquad CD=\frac{1}{2}(AC+BC-AB).$$

Ez viszont azt jelenti, hogy D az ABC háromszögbe írt kör BC-n lévő érintési pontja. Ezek alapján a szerkesztés nyilvánvaló, a feladatnak mindig pontosan egy megoldása van.

Gyenes Zoltán (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gimn., I. o.t.)