

A szokásos módon jelöljük x , illetve y törtrészét $\{x\}$, $\{y\}$ -nal. Ekkor az egyenletünk:

$$[x] \cdot [y] = [x] + [y] + \{x\} + \{y\}.$$

A bal oldal egész, tehát a jobb oldal is az. Definíció szerint $0 \leq \{x\}, \{y\} < 1$, így $\{x\} + \{y\} = 0$ vagy $\{x\} + \{y\} = 1$.

Az $\{x\} + \{y\} = 0$ esetben $[x] \cdot [y] = [x] + [y]$, ebből

$$([x] - 1)([y] - 1) = 1,$$

tehát $[x] - 1 = 1$ és $[y] - 1 = 1$, vagy $[x] - 1 = -1$ és $[y] - 1 = -1$. Feltételünk szerint $\{x\} + \{y\} = 0$, így x és y egész, tehát $x = 2$ és $y = 2$ vagy $x = 0$ és $y = 0$. A feladat feltételei szerint x és y pozitívak, így csak az $x = y = 2$ megoldás felel meg.

Az $\{x\} + \{y\} = 1$ esetben $[x] \cdot [y] = [x] + [y] + 1$, ebből

$$([x] - 1)([y] - 1) = 2,$$

tehát $[x] - 1 = 1$ és $[y] - 1 = 2$, vagy $[x] - 1 = 2$ és $[y] - 1 = 1$, vagy $[x] - 1 = -1$ és $[y] - 1 = -2$, vagy $[x] - 1 = -2$ és $[y] - 1 = -1$. A harmadik és negyedik esetből $[y] = -1$, illetve $[x] = -1$ következne, így x vagy y nem lenne pozitív.

Az első két esetben $[x] = 2$ és $[y] = 3$, illetve $[x] = 3$ és $[y] = 2$, így mindig $[x] + [y] = 5$. Tudjuk továbbá, hogy $\{x\} + \{y\} = 1$, ezért $x + y = 6$.

Könnyen látható, hogy ha $2 \leq x < 4$, $x \neq 3$ és $y = 6 - x$, akkor (x, y) megoldás, és más megoldás nincs.

Tehát $x = y = 2$ és $2 \leq x < 4$, $x \neq 3$, $y = 6 - x$ megadja az egyenlet összes pozitív megoldását.

Stoll Péter (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o.t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az $xy = ax + by + c$ típusú egyenletek $(a, b, c$ egészek) egész megoldásait hasonló módon megkaphatjuk az $(x - b)(y - a) = ab + c$ egyenletből, $ab + c$ szorzat-felbontásaiból.